

المعادلات و المتراجحات

تمرين 1

1- حل في \mathbb{R} المتراجحة $\frac{3x-2}{3} - \frac{x}{2} \leq \frac{1-2x}{2} - 1$

2- نعتبر $P(x) = |1 - |x-2||$

أ- أكتب المجموعة $A = \{x \in \mathbb{R} / |x-2| \leq 1\}$ على

شكل مجال

ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$

تمرين 2

1- حل المعادلات $x \in \frac{3x+2}{5} - 3 = \frac{-1+2x}{2}$

$x \in \mathbb{R} \quad |2x-3| = |5x-1| \quad x \in \mathbb{R} \quad |4x-3| = 5$

$x \in \mathbb{R} \quad \frac{x+1}{x-3} = 2$

3- حل المتراجحات التالية $x \in \mathbb{R} \quad |4x-1| \leq 5$

$x \in \mathbb{R} \quad |x-3| \leq |3x-1| \quad x \in \mathbb{R} \quad |2x+3| > 2$

تمرين 3

3- حل وناقش حسب قيم m المعادلات التالية

$x \in \mathbb{R} \quad m(x-m) + (m+2)(x+3) = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad mx + m^2 - 4 = 2x$

$x \in \mathbb{R} \quad m(3mx+2) - 2x(m^2+2) - 3m+2 = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad \frac{x-2}{x-m} = m$

تمرين 4

(1) حل في \mathbb{R} المعادلات

$5x^2 - 4x + 2 = 0 \quad x^2 - (1+\sqrt{3})x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$4x^2 + 3x - 1 = 0 \quad x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

(2) حل المعادلتين $x \in \mathbb{R} \quad x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad 2x - 7\sqrt{x} - 4 = 0$

(3) حل في \mathbb{R} المعادلة

$(a-1)^2 x^2 - (a+b)(a-1)x + ab = 0$

حيث a عدد حقيقي يخالف 1

تمرين 5

نعتبر ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث

$AB = 9$ و $AC = 4$ حدد موضع نقطتين D و E

تنتميان على التوالي لـ $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AD = BE$

و مساحة ADE تساوي مساحة الرباعي $BCDE$

تمرين 6

نعتبر المعادلة $x \in \mathbb{R} \quad mx^2 + 2(m+1)x + m - 5 = 0$ حيث

m عدد حقيقي غير منعدم. حدد قيمة m

حيث $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$ جدرًا المعادلة

تمرين 7

ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a > 0$

نعتبر المعادلة $(E): ax^2 + bx - 1 = 0 \quad x \in \mathbb{R}$

1- أ- بين أن المعادلة (E) تقبل جذرين مختلفين x_1

و x_2 بدون حسابهما

ب- بين أن إشارتي x_1 و x_2 مختلفتان (بدون حسابهما)

ج- حدد العدد b حيث $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2\sqrt{3}$

2- أ- بين أن $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

ب- بوضع $a = 2\sqrt{2}$ و $b = 2\sqrt{3}$ حل المعادلة (E) .

تمرين 8

1- حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية

$-2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \quad ; \quad 3x^2 - 2x - 8 < 0$

$-3x^2 + \sqrt{3}x - 1 \geq 0 \quad ; \quad 4x^2 - 2x + 1 > 0$

2- حل في \mathbb{R} المتراجحتين

$\frac{x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}}{x^2 - x - 2} \geq 0$ و $2x^4 - 9x^2 + 4 > 0$

تمرين 9 نعتبر $p(x) = 6x^3 - 13x^2 + 4$

1- تأكد أن 2 جذر للحدودية $p(x)$

2- حل في \mathbb{R} $p(x) \leq 0$

3- حل في \mathbb{R} $p(x) \leq 3x^2(x-2)$

تمرين 10

نعتبر $p(x) = -x^3 + (3+a)x^2 - (2+3a)x + 2a$

1- بين أن a جذر للحدودية $p(x)$

2- حدد حدودية $Q(x)$ حيث $p(x) = (x-a)Q(x)$

3- أ- أدرس إشارة $-x^2 + 3x - 2$

4- ب- حل في \mathbb{R} $p(x) > 0$ حيث $Q(a) > 0$

تمرين 11

نعتبر الحدودية $P(x) = 2x^3 + ax^2 + x + 2$

1- حدد العدد a حيث 1 جذر للحدودية $P(x)$

2- نضع $a = -5$

أ- أوجد الحدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x-1)Q(x)$

ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $Q(x) = 0$ ثم حل في \mathbb{R}

المتراجحة $P(x) < 0$

ج- حل في المجال $\left] \frac{-1}{2}; +\infty \right[$ المعادلة

$x + |2x^2 - 3x - 2| = |x|$

المعادلات و المتراجحات

تمرين 12

نعتبر المعادلة

$$(E): x \in \mathbb{R} \quad x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$$

1- تحقق أن 0 حلا للمعادلة

2- بوضع $t = x + \frac{1}{x}$ بين أن المعادلة (E) تكافئ

$$t \in \mathbb{R} \quad t^2 - 5t + 6 = 0$$

حل المعادلة $t^2 - 5t + 6 = 0$ $t \in \mathbb{R}$ واستنتج حلول المعادلة (E)

تمرين 13

نعتبر الحدودية $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

(1) تحقق أن العدد 2 جذرا للحدودية $p(x)$

(2) حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث

$$p(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$$

(3) أ - حل في \mathbb{R} المعادلة $3x^2 + 2x - 1 = 0$

ب- استنتج في \mathbb{R} مجموعة حلول المعادلة $p(x) = 0$

ج- حل في \mathbb{R} المتراجحة $3x^3 + 2 \leq 4x^2 + 5x$

(4) باستعمال السؤال (3) أ - حل في \mathbb{R} المعادلة

$$3\left(x^2 - \frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(x^2 - \frac{2}{3}\right) - 1 = 0$$

تمرين 14

(E): $2x^2 + \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} = 0$ نعتبر في \mathbb{R} المعادلة

(1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين

x_1 و x_2 دون تحديدهما

(2) أحسب مجموع و جداء الحلين x_1 و x_2

$$(3) \text{ إستنتج أن } \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{1+4\sqrt{3}}{8}$$

تمرين 15

حل في \mathbb{R}^2 النظام $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$ و $\begin{cases} x + y = -9 \\ xy = 20 \end{cases}$

$$\text{و } \begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ xy = 1 \end{cases}$$

تمرين 16

حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية:

$$(2x-1)^2 + 6 \leq (3x-2)(x-2)$$

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 - 3x + 1} \leq 1 \quad , \quad \frac{3x-4}{x} + \frac{8-2x}{x+2} \geq 2$$

تمرين 17

حدد مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث

$$2x \leq \frac{-4}{x+3} \leq 2x+3$$

تمرين 18

نعتبر الحدودية $P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$

1- تأكد أن -2 جذر للحدودية $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد

ثلاثية الحدود $Q(x)$ حيث

$$P(x) = (x+2)Q(x)$$

3- حل في \mathbb{R} المعادلة $2x^2 - 3x - 2 = 0$

4- أكتب $P(x)$ على شكل جداء لحدانيات

تمرين 19

(E): $x^2 + 3x + c = 0$ نعتبر في \mathbb{R} المعادلة

حيث c عدد حقيقي موجب قطعاً

نفترض أن المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2

1- أ) أحسب $x_1 + x_2$

ب) أحسب $x_1 \cdot x_2$ بدلالة c

2- إذا علمت أن $|x_1| = 2$ فأحسب x_1 و x_2 و c

تمرين 20

(I) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a > 0$

نعتبر المعادلة (E):

$$x \in \mathbb{R} \quad ax^2 + bx - 2 = 0$$

1- بين أن المعادلة (E) تقبل جذرين مختلفين

x_1 و x_2 بدون حسابهما

2- بين أن إشارتي x_1 و x_2 مختلفتان (بدون

حسابهما)

$$3- \text{ حدد العدد } b \text{ حيث } \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = -7$$

(II) نضع $a = 4$ و $b = -7$

1- أ- حل المعادلة (E)

ب- استنتج تعميلاً لثلاثية الحدود

$$4x^2 - 7x - 2$$

2- نعتبر الحدودية

$$P(x) = 4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 7x - 2$$

أ- تأكد أن

$$P(x) = 4(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) - 2$$

ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$

3- حدد حدوديتين $Q(x)$ و $H(x)$ درجة كل

واحدة منهما 2 حيث $P(x) = Q(x) \times H(x)$

4- حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) \geq 0$