الجزء الثالث الكهربـــــــاء

الغلاف الزمني:

المقرر	الدروس	التمارين
1 ــ ثنائي القطب RC	6 س	1 س
2 ــ ثنائي القطب RL	5 س	2 س
3 ــ التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية	6 س	2 س
المجموع	17 س	5 س
	22 س	

التوجيهات:

– لا يطلب أي توسع حول تكنولوجيا المكثفات.

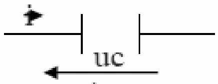
– رمز المكثف الكهركيميائي غير وارد في المقرر.

– يذكر بأن شدة التيار تمثل صبيب الشحنات الكهربائية ويتم تقديم $i = dq/dt$ بالنسبة للمكثف حيث تمثل q شحنة المكثف عند اللحظة t .

– يستخلص التعبير $q = C.u$ انطلاقا من تجربة شحن مكثف باستعمال مولد مؤمثل للتيار وفولطمتر إلكتروني .

– توجه الدارة الكهربائية بسهم على سلك الربط وبوضع الحرف i فوق السهم بحيث يعتبر التيار موجبا إذا مر في منحى السهم وسالبا إذا مر في المنحى المعاكس.

– يعتمد الاصطلاح الممثل جانبه



– لا يعتبر المولد المؤمثل والفولطمتر الإلكتروني موضوعا لأية دراسة .

ــ تعبير سعة المكثف المستوي غير واردة في المقرر.

ــ يدرس شحن وتفريغ مكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية (معاينة تغيرات التوتر بدلالــة الزمن).

ــ يتطرق للدراسة النظرية للاستجابة بالتوتر لتحديد المعادلة التفاضلية :

$$u + R.C\ du/dt = E$$

ــ تحدد ثابتة الزمن وتأثيرها كما يشار للنظام الدائم .

ــ يتوصل إلى تعبير الطاقة المخزونة في مكثف باعتماد الحصيلة الطاقية ويشار إلى أن تخزينها وتفريغها لا يــتم بشكل آني وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف متصلا.

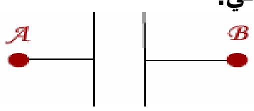
ــ تعطى معادلة الأبعاد للمقادير الفيزيائية وتستغل في الصيغ والتعابير للتحقق من التجانس .

ثنائـــــي القطب RC

I المكثفـات :

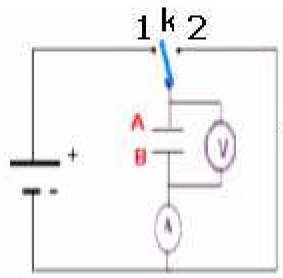
1)تعريف المكثف:

المكثف ثنائي قطب ، يتكون من لبوسين (وهما عبارة عن موصلين متقابلين) يفصل بينهما عازل استقطابي، و يرمز للمكثف في دارة كهربائية بين نقطتين A وB بالرمز التالي:



2 شحن وتفريغ مكثف (الإبراز التجريبي):

أ) شحن المكثف:



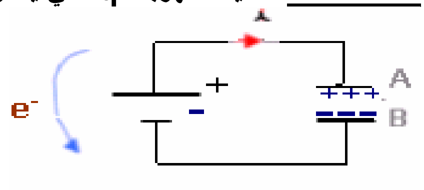
تجربة : نستعمل مولدا للتيار الكهربائي المستمر ، وننجز التركيب التالي:
نضع قاطع التيار الكهربائي في الموضع (1) بحيث يتم ربط المكثف بالمولد .

ملاحظات : الأمبيرميتر يشير خلال وقت وجيز إلى مرور تيار كهربائي في الدارة.

تعليل : هذا التيار ناتج عن انتقال الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B ، ونظرا لوجود العازل الإستقطابي بين اللبوسين

تتراكم الإلكترونات على B ويفقد اللبوس A نفس عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوس B :نقول أن المكثف أصبح مشحونا.

نسمي شحنة مكثف ، كمية الكهرباء q التي يحتوي عليها أحد اللبوسين . $q=q_A=-q_B$.



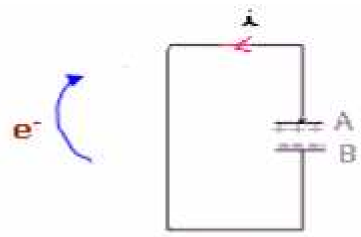
عندما يصبح المكثف مشحونا يشير الفولطميتر إلى التوتر: $U_{AB}=E$

ب) تفريغ مكثف :

تجربة:

بعد شحن المكثف نضع قاطع التيار في الموضع (2) ، نلاحظ انحراف إبرة الأمبيرميتر في المنحى المعاكس والفولطميتريشير إلى انعدام سريع للتوتر.

تعليل:



بوضع قاطع التيار في الموضع (2) يتم ربط اللبوسين فيما بينهما ، وبذلك الإلكترونات المتراكمة على اللبوسB تعود إلى اللبوس A ، وتيار التفريغ الذي يظهر في الدارة له عكس منحى تيار الشحن .

3)العلاقة بين الشحنة وشدة التيار.

- في التيارالكهربائي المستمر لدينا: $I=\frac{q}{t}$
- في التيار المتغير $i=\frac{dq}{dt}$ وبالنسبة للمكثف لدينا $i=\frac{dq}{dt}=\frac{dq_A}{dt}$.

4)العلاقة بين الشحنة والتوتر:

نعوض في التركيب السابق المولد بمولد مؤمثل للتيار الكهربائي (وهذا الأخير يمنح شدة ثابثة مهما كان التوتر بين مربطيه).

ثم نضع قاطع التيار في الموضع (1) ونشغل الميقت في نفس اللحظة.

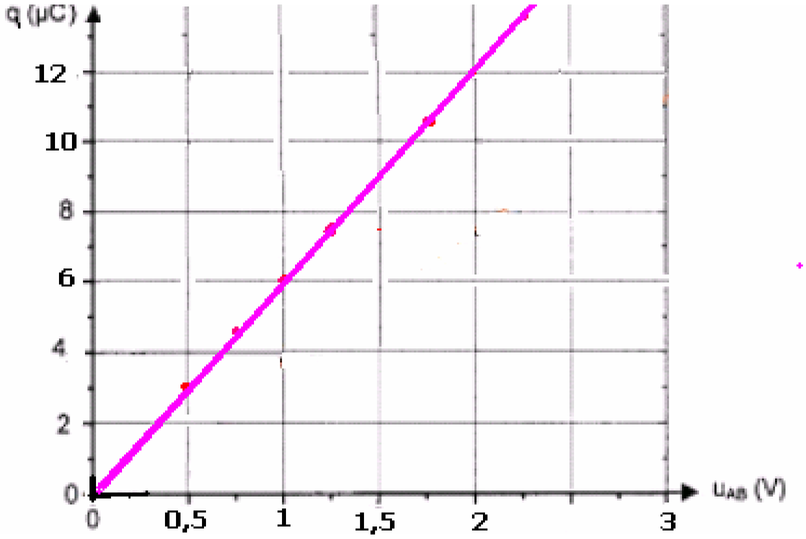
نسجل شدة التيار الكهربائي في الدارة: $I_o=0,3uA$ ، ونقيس التوتر بين مربطي المكثف في كل خمس ثوان.

جدول النتائج:

لدينا : $q=I_O.t$ نتمم ملء الجدول : بحيث نحدد شحنة المكثف بالنسبة لكل قياس.

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
u_{AB}(V)	0	0 ,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
q(uC)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5

نرسم المنحنى $q=f(u_{AB})$:



تتناسب شحنة المكثف مع التوتر المطبق بين مربطيه و معامل التناسب بينهما ثابتة تميز المكثف ،تسمى : سعة المكثف. ويرمز إليها بـC.

$$q=C.U_{AB}$$

وحدة سعة المكثف في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد و نرمز إليه ب: F

التحديد المبياني لسعة المكثف : سعة المكثف المستعمل في الدراسة التجريبية السابقة تمثل المعامل الموجه للمستقيم الذي يمثل تغيرات شحنة المكثف بدلالة التوتر المطبق بين مربطيه.

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}}=\frac{(13,5-1,5)\times10^{-6}C}{(2,25-0,25)V}=6.10^{-6}F=6\mu F$$

نعطي بعض أجزاء الفاراد:

$1mF=10^{-3}F$	millifarad الميليفاراد
$1uF=10^{-6}F$	microfarad الميكروفاراد
$1nF=10^{-9}F$	nanofarad النانو فاراد
$1pF=10^{-12}F$	Picofarad البيكو فاراد

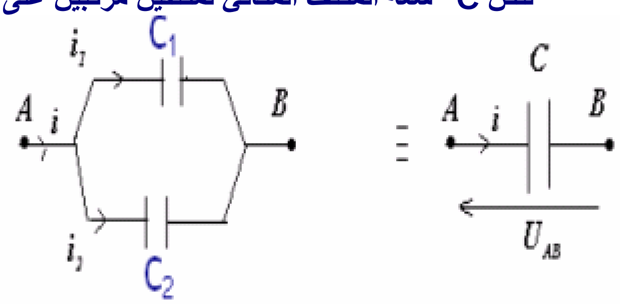
II تجميع المكثفات :

1) ا لتركيب على ا لتوازي:

لتكن C سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوازي سعتاهما على التوالي C_1 وC_2.

حسب قانون العقد في النقطةA لدينا:

$$q=q_A+q_B \Leftrightarrow i=i_1+i_2$$
$$q=C_1U_{AB}+C_2U_{AB}$$
$$q=C.U_{AB}$$
$$C=C_1+C_2$$

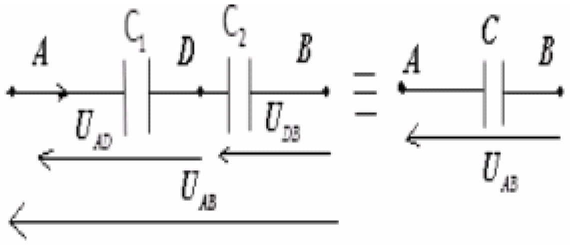


وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوازي ،سعة المكثف المكافئ : $C=\Sigma C_i$

الفائدة من هذا التركيب : تضخيم السعة.

2) ا لتركيب على ا لتوا لي:

لتكن C سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوالي سعتاهما على التوالي C_1 وC_2.



حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$U_{AB}=U_{AD}+U_{BD}$

المكثفات المركبة على التوالي تحمل نفس الشحنة

الكهربائية : $q=q_1=q_2$

إذن: $U_{AB}=\frac{q}{C}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}=q(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})$

ومنه : $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوالي ،سعة المكثف المكافئ : $\frac{1}{C}=\Sigma\frac{1}{C_i}$

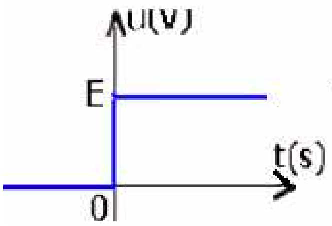
فائدة التركيب على التوالي : تخفيض السعة .

III استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

1) استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر:

أ) تجربة : شحن المكثف:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ومكثفا سعته C ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر.



نقول أن ثنائي قطب يخضع لرتبة صاعدة للتوتر إذا كان التوتر المطبق بين مربطيه ينتقل فجأة من قيمة منعدمة إلى قيمة ثابتة .

بالنسبة ل: $t\le 0$ ⇐ $u_c=0$

وبالنسبة ل: $t>0$ ⇐ $u_c=E$

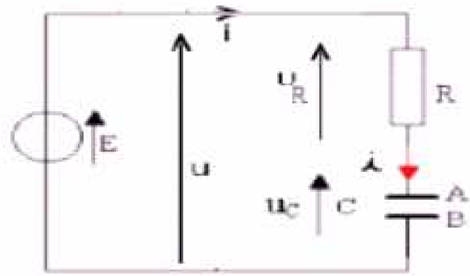
نغلق الدارة في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ.

بتطبيق قانون إضافية التوترات :

من جهة لدينا : $u=E$

ومن جهة اخرى لدينا : $u=u_R+u_C$

إذن: $u_R+u_C=E$



مع: $u_R=R.i$ (قانون أوم بالنسبة لموصل أومي)

بما أن شحنة المكثف تتناسب إطرادا مع التوتر المطبق بين مربطيه: $q=c.u_c$

و $i=\frac{dq}{dt}$ فهي تساوي: $i=\frac{d(c.u_c)}{dt}=c\frac{du_c}{dt}$

العلاقة السابقة تصبح كما يلي: $R.c\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ المعادلة التفاضلية للتوتر بين مربطي المكثف خلال الشحن.

ونسمي المقدار $\tau=R.c$ تابثة الزمن ، وبذلك المعادلة السابقة تصبح: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ المعادلة التفاضلية

ب) حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ يكتب كما يلي : $u_c(t)=Ae^{-m.t}+B$ (1)

التوابث A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\frac{du_c}{dt}=-mAe^{-mt}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.mAe^{-mt}+Ae^{-mt}+B=E$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau m)=E-B$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل $e^{-m.t}$: منعدما أي $1-\tau.m=0$

إذن: $m=\frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B=E$.

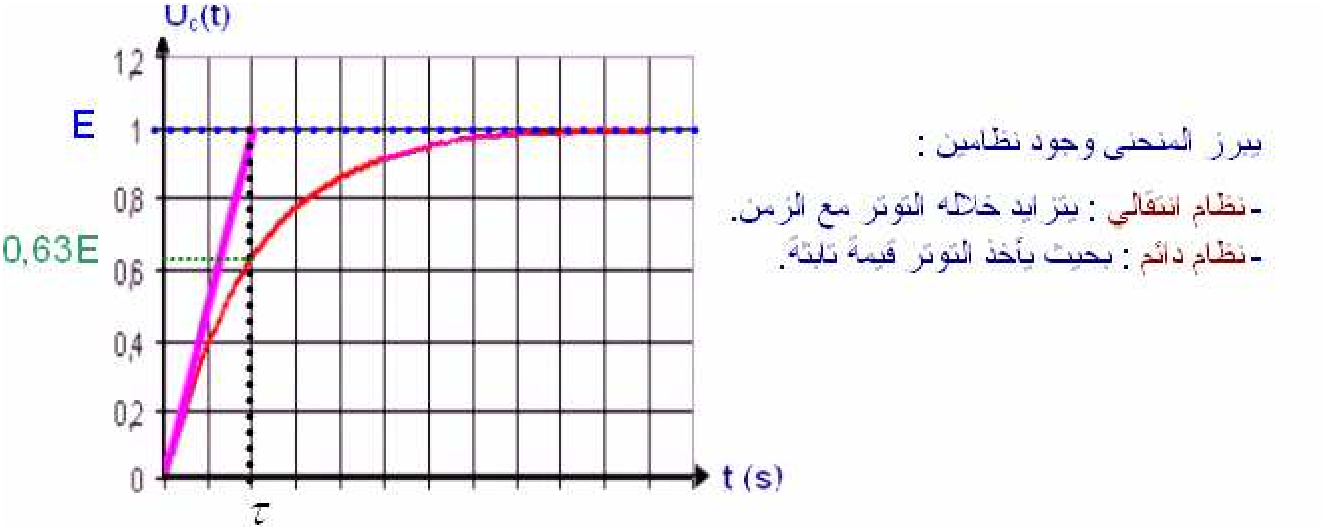
والحل (1) أصبح كما يلي: $(3)\quad u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية وهي : عند اللحظة $t = o$ لدينا $u_c = 0$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $A = -E$

وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي: $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = R.C$

يمكن معاينة التوتر بين مربطي المكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية .

فنحصل على المنحنى الذي يمثل الدالة $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$



بعد حوالي 5τ يصبح المكثف مشحونا .

ملحوظة: المقدار τ له بعد زمني ، ولذلك يسمى ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، ويتضح ذلك من من خلال معادلةالأبعاد التالية :

لدينا : $\tau = R.C$

نعلم أن: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c.U \end{cases} \Rightarrow I.t = C.U \Rightarrow C = \dfrac{I.t}{U} \Rightarrow [C] = [I].[t].[U]^{-1}$

ومن جهة اخرى: $U = R.I \Rightarrow R = \dfrac{U}{I} \Rightarrow [R] = [U].[I]^{-1}$

ومنه: $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$ إذن وحدة τ هي s .

ج) طريقة تحديد ثابتة الزمن τ

الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة t في العلاقة $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ القيمة $t = \tau$.

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي المكثف الموافق ل: $t = \tau$ فهو : $u_c = E(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63E$.

الطريقة الثانية: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_c = E$ في اللحظة $t = \tau$ (انظر الشكل) .

د) تعبير شدة تيار الشحن في الدارة RC :

لدينا من خلال دارة الشحن السابقة : $u_R + u_c = E$ إذن: $u_R = E - u_c$ مع $u_R = R.i$

أي: $R.i = E - E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $i = \dfrac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

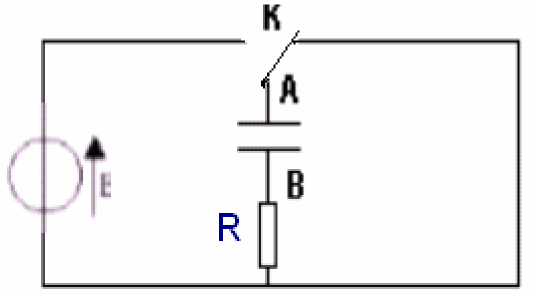
أو بطريقة أخرى:

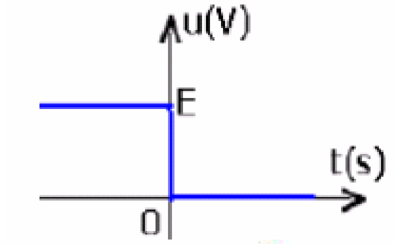
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left[E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt} = C.\left[\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}} = C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2) استجابة ثنائي قطب RCلرتبة نازلة للتوتر:

أ) تجربة : تفريغ المكثف:

عندما يصبح المكثف مشحونا نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فينتقل التوتر بين مربطي المكثف فجأة من E إلى 0 ،نقول أنه خضع إلى رتبة نازلة للتوتر.

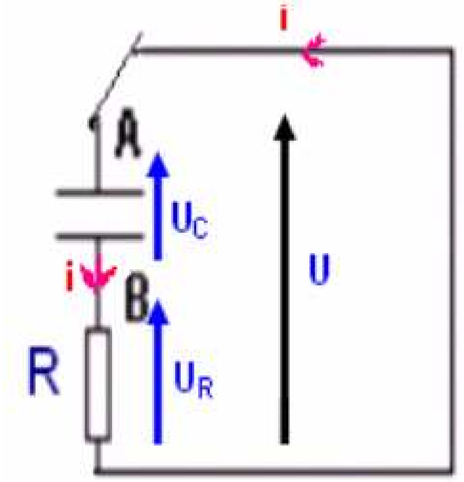




تتميز رتبة نازلة للتوتر بما يلي :

بالنسبة ل: $t \le 0 \Leftarrow u = E$

وبالنسبة ل: $u = 0 \Leftarrow t > 0$



بتطبيق قانون إضافية لتوترات :

لدينا من جهة $u = 0$

ومن جهة أخرى: $u = u_R + u_C$

إذن : $u_R + u_C = 0$

أي : $Ri + u_C = 0$

ولدينا : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

إذن العلاقة السابقة تصبح:

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = o$$

بما أن : $\tau = R.C$ العلاقة تصبح : $\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتربين مربطي المكثف خلال التفريغ.

ب) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ يكتب كما يلي : $u_c(t) = Ae^{-m.t} + B$ (1)

الثوابت A ، m و B يتم تحديدها بالتعوض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\frac{du_c}{dt} = -mAe^{-mt}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = 0$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m)+B=0$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل : $e^{-m.t}$ منعدما أي $1 - \tau.m = 0$

إذن: $m = \frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B = 0$.

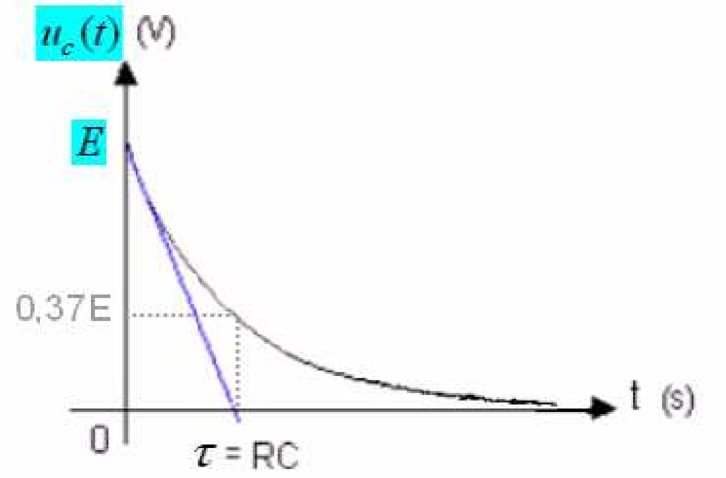
والحل (1) أصبح كما يلي: $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ (3)

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية وهي : عند اللحظة $t = o$ لدينا $u_c = E$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $E = Ae^0$

أي: $A = E$ وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي: $u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع: $\tau = R.C$.

هذا المنحنى يمثل الدالة :

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$



لتحديد قيمة τ نستعمل طريقة المماس عند $t = o$ أو قيمة التوتر عند اللحظة $t = \tau$ الذي يأخذ القيمة $\tau = 0{,}37E$.

كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة التفريغ أسرع .

لدينا من خلال دارة التفريغ السابقة : $u_R + u_c = 0$ **إذن:** $u_R = -u_c$ **مع** $u_R = R.i$

أي: $Ri = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ **ومنه :** $\boxed{i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

أو بطريقة أخرى:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt} = C.\left[-\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}} = -C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

IV الطاقة المخزونة في المكثف:

الطاقة المخزونة في مكثف سعته C والتوتر بين مربطيه u_C تعطيها العلاقة التالية:

$$\xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2}$$

الطاقة ξ بالجول: J .

السعة C بالفاراد F .

التوتر بالفولط V.

من خلال علاقةتعريف سعة المكثف هناك علاقتين تمكنان كذلك من تحديد الطاقة المخزونة في المكثف:

$$q = C.u_C \Rightarrow C = \frac{q}{u_C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}.\frac{q}{u_C}.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}q.u_C$$

$$q = C.u_C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}.C(\frac{q}{C})^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$$

الله ولي التوفيق.

ولا تنسونا بدعائكم الصالح.