المظاهر الطاقية

I- تذكيرلبعض التعلمات الأساسية المكتسبة:

1) شغل قوة ثابتة مطبقة على صلب في حركة إزاحة:

شغل قوة ثابتة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب في حركة إزاحة خلال انتقال نقطة تأثيرها من القطة A إلى النقطة B هو:

$$W\vec{F}_{A\to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}})$$

ملحوظة:الشغل الجزئي الذي نرمز إليه ب: δW خلال انتقال جزئي $\delta\ell$ ، يعبر عنه كما يلي : $\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}$.

2) مبرهنة الطاقة الحركية:

في معلم غاليلي ، تغير الطاقة الحركية لجسم صلب (في حركة إزاحة أو في حركة دوران حول محور ثابت) بين لحظتين يساوي المجموع الجبري لأشغال القوى الخارجية المطبقة عليه بين هاتين اللحظتين.

$$\Delta E_C = \Sigma W\vec{F}_{ext}$$ مع : $$\Delta E_c = E_{c.f} - E_{c.i}$$

- الطاقة الحركية بالنسبة لجسم صلب كتلته m وسرعته v في حركة إزاحة هي: $E_C = \frac{1}{2}.m.v^2$.
- الطاقة الحركية بالنسبة لجسم صلب عزم قصوره J_Δ في حركة دورا نية: $Ec = \frac{1}{2}J_\Delta.\omega^2$

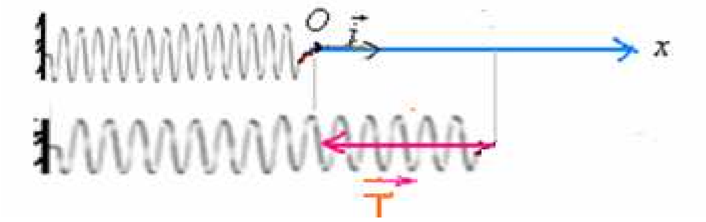
3)الطاقة الميكانيكية:هي مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع المرنة.

II الدراسة الطاقية للنواس المرن :

1) شغل القوة المقرونة بتوتر نابض:

نعتبر نابضا ذي لفات غير متصلة صلابتهK ، في وضع أفقي حيث أثبت أحد طرفيه إلى حامل ثابت.

نجذب النابض أفقيا بمسافة x_m ثم نحرره. لتكن $\vec{T}$ القوة المقرونة بتوتر النابض خلال تذبذبه حول موضع التوازن.



القوة $\vec{T} = -K.x\vec{i}$ قوة ارتداد ، هذه القوة غير ثابتة فهي تتعلق بالأفصول : x .

الشغل الجزئي للقوة المطبقة من طرف النابض خلال انتقال جزئي $\overrightarrow{\delta\ell} = \delta x.\vec{i}$ هو :

$$\delta W = \vec{T}.\overrightarrow{\delta\ell} = -K.x.\vec{i}.\overrightarrow{\delta\ell} = -K.x.\vec{i}.\delta x.\vec{i} = -K.x.\delta x$$

إذن الشغل الجزئي : $\delta W = -K.x.\delta x$

وبما أن الشغل الكلي يساوي مجموع الأشغال الجزئية ، يمكننا تحديد شغل القوة $\vec{T}$ خلال انتقال نقطة تأثيرها من نقطة M_1 ذات الأفصول x_1 إلى نقطة M_2 ذات الأفصول x_2 باستعمال الحساب التكاملي. بحيث لدينا : $dW = -K.x.dx$

$$W\vec{T}_{M_1\to M_2} = \int_{x_1}^{x_2} -K.x.dx = -K\int_{x1}^{x2} x.dx = K.\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}.K(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}K(x_1^2 - x_2^2)$$

بصفة عامة:

تعبير شغل القوة المقرونة بتوتر نابض خلال الانتقال من الموضع البدئي ذي الأفصول x_A إلى الموضع النهائي ذي الأفصول x_B هو كما يلي:

$$W\vec{T}_{A\to B} = \frac{1}{2}.K(x_A^2 - x_B^2)$$

2)الدراسة الطاقية للنواس المرن:

أ) طاقة الوضع المرنة:

طاقة الوضع المرنة للنواس المرن هي الطاقة التي تمتلكها المجموعة من جراء تشويه النابض وتعطيها العلاقة التالية:

$$Epe = \frac{1}{2}K.x^2 + c^{te}$$

حيث: K صلابة النابض. x :إطالته.

والثابتة c^{te} تحدد قيمتها باستعمال الحالة المرجعية .

وعمليا نختار كحالة المرجعية $Epe=0$ عندما يكون النابض غير مشوها أي عند $x=0$.

بالتعويض في التعبير السابق نحصل على $c^{te}=0$.

وبالتالي يعبر عن طاقة الوضع للنواس المرن بالعلاقة: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.x^2$ باعتبار $E_{pe}=0$ عند $x=0$.

ملحوظة1: تغير طاقة الوضع المرنة لا يتعلق بالحالة المرجعية :

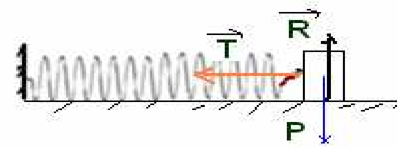
في الموضع x_1 لدينا : $Ep_1=\frac{1}{2}k.x_1+C$

في الموضع x_2 لدينا : $Ep_2=\frac{1}{2}k.x_2+C$

وتغير طاقة الوضع : $\Delta Ep=Ep_2-Ep_1=\frac{1}{2}k(x_2-x_1)$

ب)انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

نعتبر النواس المرن الأفقي خلال حركته التذبذبية .



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المجموعة خلال انتقال الجسم S من الموضع x_1 إلى الموضع x_2 .

$$\Delta Ec=W\vec{P}+W\vec{R}+W\vec{T}$$

$W\vec{R}=0$ و $W\vec{P}=0$ لأنهما متعامدتان مع اتجاه الحركة.

إذن: $\Delta Ec=W\vec{T}$ ولدينا : $W\vec{T}_{A->B}=\frac{1}{2}.K(x_1^{\ 2}-x_2^{\ 2})=-\Delta E_{pe}$ إذن العلاقة (1) تصبح. $\Delta Ec=-\Delta E_{pe}$

أي: $E_{c2}-E_{c1}=E_{p1}-E_{P2}\Leftarrow$ $E_{C1}+E_{P1}=E_{C2}+E_{P2}$

أي: $E_{M1}=E_{M2}$ وبالتالي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ بين الموضعين 1و2.

وبما أن الطاقة الميكانيكية: $E_M=Ec+Epe=\frac{1}{2}.m.v^2+\frac{1}{2}.k.x^2$ مع: $Epe=0$ عند $x=0$.

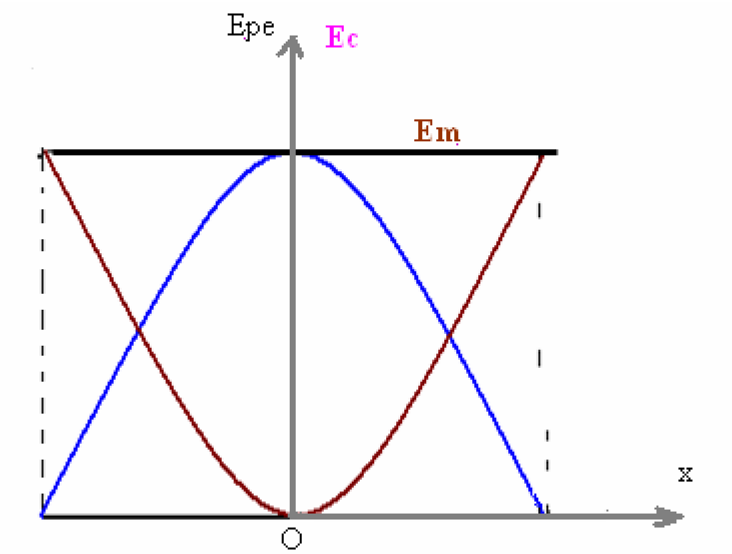
إذا كانت الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة أي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ. $E_M=C^{te}$

إذن: $\frac{dE_M}{dt}=0$ $\Leftarrow$ $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.m.v^2+\frac{1}{2}.K.x^2)=0$ $\Leftarrow$ $\frac{1}{2}.m(2.v.\frac{dv}{dt})+\frac{1}{2}.K.(2.x.\frac{dx}{dt})=0$ $\Leftarrow$

$m.\dot{x}.\ddot{x}+k.x.\dot{x}=0$ $\Leftarrow$ $m.\ddot{x}+k.x=0$ المعادلة التفاضلية للحركة، مع: $\omega_0^{\ 2}=\frac{K}{m}$

ج)مخططات الطاقة:

يمكن تمثيل تغيرات $\mathbf{E_{pe}}$ و $\mathbf{E_c}$ و $\mathbf{E_m}$ بدلالة **x**.



وبما أن حل المعادلة التفاضلية $m.\ddot{x}+k.x=0$ هو دالة جيبية تكتب كما يلي : $x=x_m\cos(\omega_o.t+\varphi)$

فإن: $$E_{pe}=\frac{1}{2}K.x^2=\frac{1}{2}.K.x^2{}_m.\cos^2(\omega_o.t+\varphi)$$

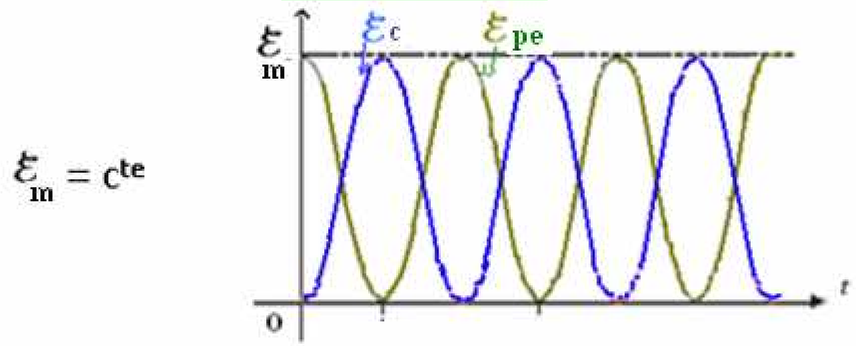
و: $$E_c=\frac{1}{2}.m.v^2=\frac{1}{2}.mx_m{}^2.\omega_o{}^2.\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$$

إذن: $$E_m=E_{pt}+E_C=\frac{1}{2}K.x_m{}^2.\cos^2(\omega_o.t+\varphi)+\frac{1}{2}.m.x_m{}^2\omega_0{}^2\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$$

نعوض $\omega_0{}^2=\dfrac{K}{m}$

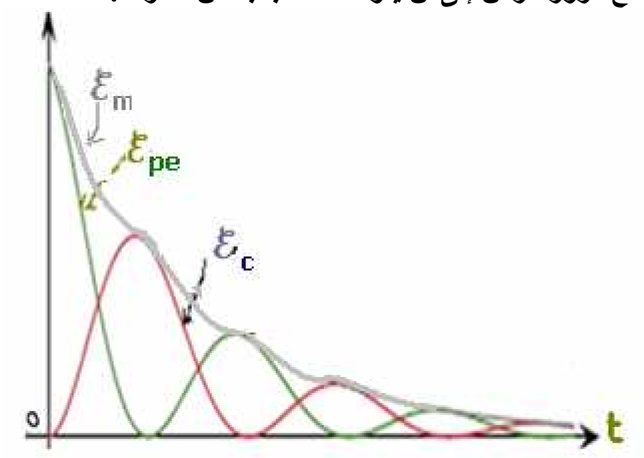
فنحصل على : $$E_m=\frac{1}{2}K.x_m{}^2\left[\cos^2(\omega_o.t+\varphi)+\sin^2(\omega_o.t+\varphi)\right]=\frac{1}{2}.K.x_m{}^2$$

$$E_m=\frac{1}{2}.K.x_m{}^2=C^{te}$$



د) في حالة وجود الإحتكاكات:

في هذه الحالة يتناقص وسع التذبذبات تدريجيا ، فنحصل على نظام شبه دوري (أو لا دوري وذلك حسب أهمية الاحتكاك).
الطاقة الميكانيكية للمجموعة تتناقص مع مرور الزمن إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة.



III الدراسة الطاقية لنواس اللي :

1) الطاقة الحركية للمجموعة:

تنحصر الطاقة الحركية لنواس اللي في الطاقة الحركية للقضيب $Ec=\frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$ مع(J_Δ عزم قصور القضيب و $\dot{\theta}$ سرعته الزاوية)

2) طاقةالوضع للي :

طاقة الوضع للي تعطيها العلاقة التالية : $$E_{pt}=\frac{1}{2}.C.\theta^2+C^{te}$$

عادة نأخذ كحالة مرجعية $E_{pt}=0$ عند $\theta=0$ وبذلك تكون $C^{te}=0$.

وبالتالي: $$E_{pt}=\frac{1}{2}C.\theta^2$$

3) الطاقة الميكانيكية للمجموعة :

باعتبار كحالة مرجعية $E_{pt}=0$ عند $\theta=0$ ، يكون تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي كما يلي:

$$E_m=\frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}.C.\theta^2$$

إذا كانت الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة أي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ. $E_M=C^{te}$

إذن: $\frac{dE_M}{dt}=0$ $\Leftarrow$ $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}J_{\Delta}\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}.C.\theta^2)=0$ $\Leftarrow$ $\frac{1}{2}.J_{\Delta}(2.\dot{\theta}.\frac{d\theta}{dt})+\frac{1}{2}.C.(2.\theta.\frac{d\theta}{dt})=0$ $\Leftarrow$

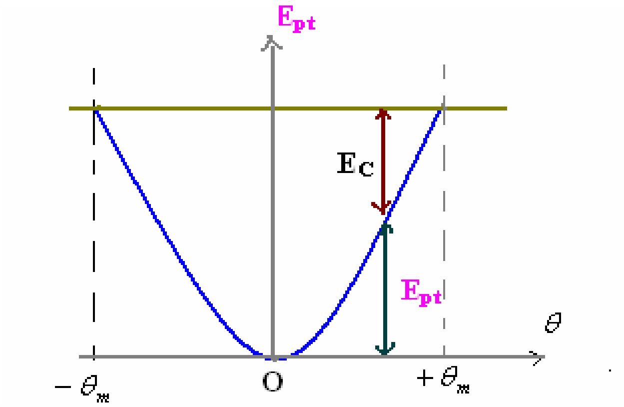
$J_{\Delta}.\dot{\theta}.\ddot{\theta}+C.\theta.\dot{\theta}=0$ $\Leftarrow$ $J_{\Delta}.\ddot{\theta}+C.\theta=0$ المعادلة التفاضلية للحركة. $\omega_o{}^2=\frac{C}{J_{\Delta}}$

الحل هو كمايلي : $\theta=\theta_m\cos(\omega_o.t+\varphi)$

إذن الطاقة الميكانيكية : $E_m=\frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}.C.\theta^2$

بتعويض θ و $\dot{\theta}$ و $\omega_o{}^2=\frac{C}{J_{\Delta}}$ في العلاقة أعلاه ، نحصل على : $E_m=\frac{1}{2}.C.\dot{\theta}_m{}^2=C^{te}$

يمكن تمثيل $E_{pt}=\frac{1}{2}.C.\theta^2$ هو عبارة عن منحنى شلجمي.



التوجيهات:

- يذكر بتعاريف الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية والطاقة الميكانيكية ومبرهنة الطاقة الحركية وانحفاظ الطاقة الميكانيكية كتعلمات أساسية مكتسبة في المستوى الدراسي السابق.
- يعبر عن الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة مطبقة على جسم في حالة انتقال غير مستقيمي.
- يتوصل نظريا (مبيانيا و عن طريق التكامل) إلى تعبير شغل قوة خارجية مطبقة على نابض.
- يتوصل إلى تعبير طاقة الوضع المرنة $E_{pe}=\frac{1}{2}Kx^2+cte$ وتبرز ضرورة تحديد الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة.
- يستحسن استثمار التسجيلات المنجزة أثناء دراسة المتذبذب (جسم صلب – نابض) للتوصل إلى انحفاظ طاقته في الحالة التي يكون فيها الجسم الصلب في حركة فوق مستوى أفقي.
- يتوصل إلى شغل مزدوجة اللي وطاقة الوضع للي بإتباع نفس الطريقة المعتمدة بالنسبة للمجموعة (جسم صلب – نابض).
- يتم استغلال تعبير طاقة الوضع للي وتعبير الطاقة الحركية في حالة الدوران حول محور ثابت لتحديد الطاقة الميكانيكية لنواس اللي، ويتطرق في حالة انحفاظ الطاقة الميكانيكية إلى تحول الطاقة الحركية إلى طاقة الوضع والعكس.