

## تمارين حول الحدوديات

### تمرين 1

1- عمل الحدوديات التالية

$$P(x) = (x^2 + 4x + 2)^2 - 4$$

$$Q(x) = (9x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(3x + 1)$$

$$K(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$H(x) = x^4 - x^2 - 12$$

2- هل الحدوديتين  $P$  و  $Q$  متساويتان في كل الحالات

$$Q(x) = 3x^2 + x^3 - 4x + 1 + 3x^3$$

$$P(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} x^2 - 4x + 1$$

$$P(x) = (\sqrt{2} - 1)x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = x^2 - 3x^3 + x$$

$$P(x) = -3x^3 + x^2 - x \quad *$$

3- لتكن

$$P(x) = (a+b)x^3 + (b-c)x^2 + (a-c+1)x$$

حدد  $a$  و  $b$  و  $c$  لكي تكون  $P(x)$  حدودية منعدمة

### تمرين 2

حدد باقي وخارج قسمة

أ -  $2x^3 + 3x^2 - 5x + 1$  على  $x + 2$

ب -  $5x^4 - 3x^2 + 2x - 3$  على  $x + 1$

ج -  $4x^5 - 5x^3 + 1$  على  $x - 1$

### تمرين 3

نعتبر الحدودية  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

1- حدد من بين الأعداد 1 و 2 و 3 و 2 من يمثل جذرا لـ  $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية لـ  $P(x)$  على  $x - 2$  حدد حدودية  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x - 2)Q(x)$

3- (أ) تأكد أن 3- جذرا لـ  $Q(x)$

(ب) عمل  $P(x)$

(ج) حل المتراجحة  $P(x) \geq 0$   $x \in \mathbb{R}$

### تمرين 4

نعتبر الحدودية  $P(x) = -2x^3 - x^2 + 8x + 4$

1- تأكد أن 2- جذر للحدودية  $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  حدد ثلاثية الحدود  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x + 2)Q(x)$

3- تأكد أن  $\frac{-1}{2}$  جذر للحدودية  $Q(x)$  ثم أكتب  $P(x)$  على شكل جداء لحدانيات

### تمرين 5

نعتبر الحدودية  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1- بين أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $(x - 1)$

2- أكتب  $P(x)$  على شكل جداء حدانيات

3- حل في  $\mathbb{R}$   $P(x) < 0$

4- نفترض أن  $|x - 2| < 10^{-2}$  أعط تائيرا للعدد  $\sqrt{\frac{P(x)}{x+2}}$  بالدقة  $10^{-2}$

### تمرين 6

نعتبر الحدودية  $P(x) = 2x^3 + x^2 - 24x - 12$

1- أحسب  $P(2\sqrt{3})$  و استنتج أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x - 2\sqrt{3}$

2- أنجز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  على  $x + \frac{1}{2}$

3- أعط تعميلا للحدودية  $P(x)$  تكون عوامله حدانيات

### تمرين 7

نعتبر الحدودية  $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$

1- بين أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x - 2$  ثم أوجد حدودية  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x - 2)Q(x)$

2- أ- تأكد أن  $Q(x) - 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

ب- بين أنه إذا كان 1 تقرب للعدد  $x$  إلى  $10^{-2}$  فإن 3 تقرب للعدد  $Q(x)$  إلى  $4 \times 10^{-2}$

### تمرين 8

نعتبر الحدودية  $P(x) = x^3 - (a - b)x^2 + (a - 3b - 1)x + 2\sqrt{2}$  حيث  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين.

1- حدد  $a$  و  $b$  لكي تكون  $P(x)$  قابلة للقسمة على كل من  $x - 2$  و  $x + \sqrt{2}$

2- نضع  $a = 3$  و  $b = \sqrt{2}$

أ- حدد حدودية  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x - 2)Q(x)$

ب- أحسب  $Q(-\sqrt{2})$  ثم عمل  $P(x)$

ج- حل المتراجحة  $P(x) < 0$   $x \in \mathbb{R}$

د- نفترض أن  $x \in ]0; 1[$  بين أن  $\sqrt{2}$  تقرب للحدودية  $P(x)$  بالدقة  $1 + \sqrt{2}$

### تمرين 9

نعتبر الحدودية  $P(x) = x^3 - (3\sqrt{3} + 1)x^2 + m(2 + \sqrt{3})x - 6$

1- حدد قيمة  $m$  حيث  $P(x)$  تكون قابلة للقسمة على  $(x - 1)$

2- نضع  $m = 3$

أ- حدد حدودية  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x - 1)Q(x)$

ب- تأكد أن  $\sqrt{3}$  جدرا للحدودية  $P(x)$

استنتج تعميلا لـ  $P(x)$  تكون عوامله حدانيات

### تمرين 10

نعتبر  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

1- أحسب  $P(-2)$  و  $P(1)$  و  $P(3)$

2- أنجز القسمة الاقليدية لـ  $P(x)$  على  $x + 2$

3- بين إذا كان  $\alpha$  جدرا غير منعدم لـ  $P(x)$  فإن  $\frac{1}{\alpha}$  جدرا

استنتج الجذور الثلاث لـ  $P(x)$ .