السقوط الرأسي لجسم صلب

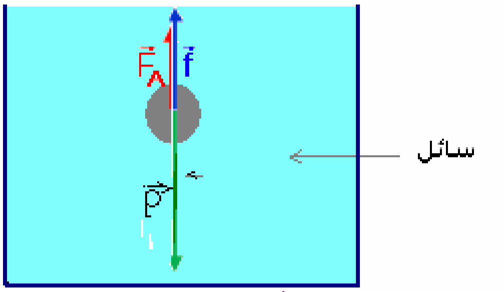
I القوى المطبقة على جسم من طرف مائع:

1) القوى المطبقة من طرف مائع:

الجسم المغمور في مائع يخضع إلى ثلاث قوى: - قوة الثقالة.(أي وزن الجسم) $\vec{P}$.

- دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$.

- قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$.



1)قوة الثقالة : Force de pesanteur

تخضع الأجسام في مجال الثقالة إلى قوة الثقالة، وهي القوة المطبقة عليها من طرف الأرض وتسمى بالوزن $\vec{P}$.

*العلاقة بين شدة وزن الجسم وشدة الثقالة: $P = m.g$.

* $\vec{g}$: متجهة مجال الثقالة موجهة نحو مركز الأرض(أي رأسية نحو الأسفل) ، وتحتفظ في نفس الموضع بنفس الشدة.

وحدة شدة الثقالة g في النظام العالمي للوحدات هي : N / Kg أو m / s^2 .

* القوة $\vec{P} = m.\vec{g}$ تطبق في مركز القصور G للجسم الصلب .

2)دافعة أرخميدس Poussée d'Archimède

يخضع كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع لقوة تماس ضاغطة تسمى دافعة أرخميدس، وهي رأسية، موجهة نحو الأعلى ، شدتها تساوي وزن حجم السائل المزاح. $F_A = \rho_f .V.g$

القوة $\vec{F}_A = -\rho_f .V.\vec{g}$ تطبق في مركز قصور السائل المزاح .

ρ_f : الكتلة الحجمية للمائع ب : $(kg.m^{-3})$.

V: الحجم المزاح للمائع (m^3) volume du liquide déplacé

g : شدة الثقالة ب: (N / kg) أو: (m / s^2) .

3) قوة الاحتكاك المائع: Force de frottement fluide

تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم الصلب المغمور داخله قوة وحيدة $\vec{f}$ تسمى قوة الاحتكاك المائع، تطبق في مركز القصور G للجسم، معاكسة لمتجهة السرعة $\vec{v}$: $\vec{f} = -k.\vec{v}^{\,n}$. تتعلق بطبيعة السائل وبشكل الجسم الصلب.

منظمها : $f = k.v^n$

ملحوظة: عموما إذا كانت السرعة صغيرة نأخذ: $n = 1$ فتصبح : $f = k.v$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة k بلزوجة السائل.

و إذا كانت السرعة كبيرة نأخذ : $n = 2$ فتصبح : $f = k.v^2$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة k بالكتلة الحجمية للسائل.

II السقوط الرأسي باحتكاك:

1) المعادلة التفاضلية:

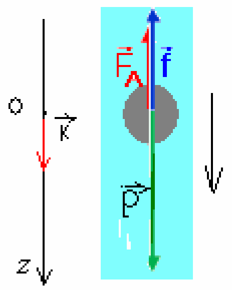
* المجموعة المدروسة {الكرية}

* جرد القوى : الكرية تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$: قوة الثقالة.(أي وزن الجسم) $\vec{P} = m.\vec{g}$

$\vec{F}_A$: دافعة أرخميدس . $\vec{F}_A = -\rho_f .V.\vec{g}$

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع $\vec{f} = -k.\vec{v}^{\,n}$.



*اختيار المعلم المناسب : نعتبر معلما (o,z) موجها نحو الأسفل (لأن الحركة مستقيمة ورأسية).

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

لأن الحركة مستقيمية.

$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$ أي : $mg\vec{k} - \rho_f.V.g\vec{k} - kv^n\vec{k} = m.\vec{a}_G$ التسارع $a = a_z$ لأن الحركة مستقيمية.

بالإسقاط على المحور oz : $mg - \rho_f.V.g - kv_n = m.a$ العلاقة السابقة تصبح: $g - \frac{m_f.g}{m} - \frac{kv^n}{m} = \frac{dv}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt}$ المعادلة التفاضلية تصبح كما يلي: $\frac{dv}{dt} = (1 - \frac{m_f}{m})g - \frac{kv^n}{m}$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt} = (\frac{m - m_f}{m})g - \frac{kv^n}{m}$

ويمكن كتابتها كما يلي :
$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^n \qquad \text{(1)}$$

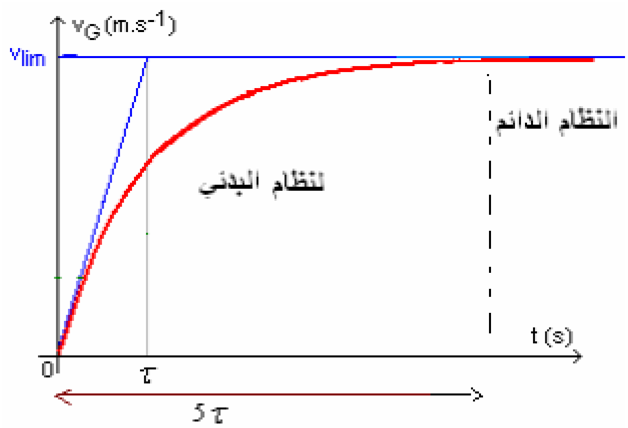
وهي المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور الكرية أثناء السقوط الرأسي في سائل (بحيث ρ هي الكتلة الحجمية للجسم الصلب.)

مع : $A = (\frac{m - m_f}{m}).g$ و: $B = \frac{k}{m}$

2) المقادير المميزة للحركة :

أ) النظام الدائم:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن :



في البداية تتزايد سرعة الكرية إلى أن تبلغ قيمة ثابتة تسمى :السرعة الحدية يرمز إليها ب: v_ℓ فتخضع حركة الكرية إلى نظام يسمى النظام الدائم .

عندما يتحقق النظام الدائم ، تصبح السرعة v للكرية ثابتة وبذلك يصبح $\frac{dv}{dt} = 0$ ومن خلال (1) يصبح لدينا : $A - B.v_\ell{}^n = 0$

أي : $v_\ell = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$ ونحصل على تعبير السرعة الحدية :
$$v_\ell = \left[\frac{g}{k}(m - m_f)\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\frac{g}{k}(\rho - \rho_f).V\right]^{\frac{1}{n}}$$

حيث ρ الكتلة الحجمية للكرية ρ_f الكتلة الحجمية للسائل . V حجم الكرية.

ب) النظام البدئي : التسارع البدئي للكرية.

في بداية السقوط تتزايد سرعة الكرية وتصبح لها حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ، تسارعها: $a = \frac{dv}{dt} = (\frac{m - m_f}{m})g - \frac{kv_n}{m}$

وفي اللحظة $t = 0$: تسارع الكرية البدئي : $a_o = (\frac{m - m_f}{m})g$ لأن $v_o = 0$

مبيانيا قيمة التسارع البدئي تساوي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى $v = f(t)$ عند اللحظة : $t = o$.

ج) الزمن المميز للحركة:

يتقاطع الخط المماس للمنحنى $v = f(t)$ مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها τ تسمى الزمن المميز للحركة .

تحدد قيمة τ بالعلاقة : $v_\ell = a_o.\tau$.

بمعرفة قيمة الزمن المميز للحركة τ يمكن تقدير مدة النظام البدئي وهي تساوي حوالي : 5τ.

3) حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير:

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية .ويستوجب استعمال هذه الطريقة معرفة سرعة مركز قصور الجسم في لحظة معينة ، والتي غالبا ما تكون هي السرعة البدئية v_o في اللحظة $t = 0$.

***المرحلة الاولى :**

بمعرفة قيمة السرعة البدئية ، نحسب التسارع البدئي a_o بحيث : $a_o = A - B.v_o{}^n$

***المرحلة الثانية : نحسب السرعة v_1 في اللحظة t_1 ، $t_1 = t_o + \Delta t$ نسمي Δt خطوة الحساب.**

$a_o = A - B.v_o{}^n$ ثم $v_1 = v_o + a_o.\Delta t$

$a_1 = A - Bv_1{}^n$ ثم : $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t$

$a_2 = A - Bv_2{}^n$ ثم : $v_3 = v_2 + a_2.\Delta t$

ملحوظة: اختيار خطوة الحساب .

اختيار خطوة الحساب Δt يكتسي أهمية بالغة في طريقة أولير ، فكلما كانت قيمتها صغيرة ،كلما كانت النتائج النظرية قريبة من النتائج التجريبية.

عموما نأخذ الخطوة $\Delta t = \dfrac{\tau}{10}$ لكي لا نتجاوز السرعة الحدية للكرية.

2)السقوط الرأسي الحرلجسم صلب في مجال الثقالة:

1) تعريف السقوط الحر:

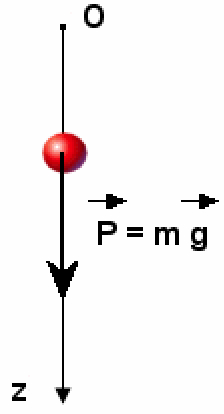
السقوط الحر لجسم صلب هو سقوطه تحت تأثير وزنه فقط وبدون سرعة بدئية .
و يتم ذلك في الفراغ المطلق و في الهواء عندما يكون للجسم شكلا انسيابيا وكثافة عالية بحيث يمكن إهمال تأثير الهواء عليه.
إذا كان المسار رأسيا نقول أن السقوط الحر رأسي.

2) دراسة السقوط الحر لجسم صلب:

*** المجموعة المدروسة{الكرية}**

***اختيار المعلم المناسب: نعتبر معلما (o, z) موجها نحو الأسفل (لأن الحركة مستقيمة).**

*** جرد القوى : الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. (نهمل تأثير الهواء أمام تأثير وزن الجسم)**



*** تطبيق القانون الثاني لنيوتن:** $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G \Leftarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$

أي: $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftarrow \vec{g} = \vec{a}_G$ **(1)**

***اسقاط العلاقة (1)على المحور oz:** $a_z = g$

التسارع ثابت والمسار مستقيمي ، إ ذن حركة الجسم مستقيمية متغيرة بانتظام.

***المعادلة التفاضلية للحركة:** **نعلم أن :** $a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$ **ولدينا :** $a_z = g$ **إذن:** $\dfrac{dv_z}{dt} = g$ **وهي المعادلة التفاضلية.**

المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم في سقوط حر بدون سرعة بدئية تكتب على الشكل التالي: $\dfrac{dv_z}{dt} = g$

ملحوظة : يهدف حل المعادلة التفاضلية في الميكانيك إلى التوصل للمعادلات الزمنية للحركة.

***دالة السرعة:** $\frac{dv_z}{dt} = g$: إذن الدالة التي مشتقتها **g** تكتب : $v_z = gt + C^{te}$

خلال السقوط الحر السرعة البدئية للجسم منعدمة : $C^{te} = 0$ **وبالتالي :** **(2)** $v_z = gt$ **وهي دالة السرعة.**

***المعادلة الزمنية للحركة:**

بما أن: $v_z = \frac{dz}{dt}$ **فإن العلاقة** **(2)** **تكتب كما يلي :** $\frac{dz}{dt} = gt$ **إذن الدالة التي مشتقتها** gt **تكتب:** $z = \frac{1}{2}gt^2 + C^{te}$

نحدد الثابتة بالرجوع على الشروط البدئية : لدينا عند اللحظة $t = 0$**:** $z = 0$ **لأن الجسم انطلق من الأصل 0 للمحور oz**

، إذن: $C^{te} = 0$ **وبالتالي:** $z = \frac{1}{2}gt^2$ **وهي المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط الجسم .**

تعميم:

بالنسبة لمعلم رأسي (o, z) موجه نحو الاسفل ، تكتب معادلات حركة مركز قصور جسم صلب في سقوط راسي حر كما يلي :

$$\begin{aligned} a_G &= g \\ v_G &= gt + v_o \\ z_G &= \frac{1}{2}gt^2 + v_o.t + z_o \end{aligned}$$

ولاتنسونا بدعائكم الصالح