التحضير المتواصل لبكالوريا 2010

الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

تمرين 01 :

I) بسط العبارات التالية :

$A = e^{ln2} + e^{ln3}$ ، $B = e^{\frac{1}{2}ln16}$

$C = lne^{-3} + e^{ln5}$ ، $D = e^{-ln\frac{3}{2}} + e^{ln\frac{1}{3}}$

II) بين صحة المساواة في كل حالة :

1) $e^{lnx} - ln(2e^{x}) - ln\frac{1}{2} = 0$

2) $e^{lnx} - ln(2e^{x}) - ln\frac{1}{2} = 0$

3) $ln(e^{x}+1) - ln(e^{-x}+1) = x$

4) $e^{\ln(x+1)-lnx} = 1+\frac{1}{x}$

تمرين 02 :

حل على المجال المعطى المعادلات التالية :

($2ln(2x-1) - lnx - ln(2-x) = 0$ ، $I = \left]\frac{1}{2},2\right[$

($ln(4x-10) + ln(2x-2)^2 - 2ln(4x-4) = 0$

$I = \left]\frac{5}{2},+\infty\right[$

($(lnx)^2 + lnx - 6 = 0$ ، $I =]0,+\infty[$

($e^{2x+ln2} + e^{x+ln5} = 3$ ، $I = \mathbb{R}$

تمرين 03 :

(حل على $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2+3x-28=0$

(استنتج حلول كل معادلة من المعادلات التالية على المجال المعطى .

- $ln(x-1)+ln(x+4) = 3ln2+ln3$ ، $I =]1;+\infty[$
- $(lnx)^2+3(lnx)-28=0$ $I =]0;+\infty[$
- $e^{2x}+3e^{x}-28=0$ $I = \mathbb{R}$
- $e^{x}+3=28e^{-x}$ $I = \mathbb{R}$
- $9^{x}+3^{x+1}-28=0$ $I = \mathbb{R}$

تمرين 04 :

، على المجال المعطى المتراجحات :

($lnx + \ln(x-1) > ln6$ ، $I =]1;+\infty[$

($\frac{\ln(x-1)}{\ln(x+3)} < 0$ ، $I =]1;+\infty[$

($(lnx)^2 - 8lnx + 7 > 0$ ، $I =]0;+\infty[$

التمرين 05 :

أحسب $f'(x)$ في الحالات التالية :

$f(x) = 2x + ln(x^2+1)$ ؛ $f(x) = ln|2x+1|$

$f(x) = (x-1)lnx$ ؛ $f(x) = x^2 - x + ln|x|$

$f(x) = -x + \frac{lnx}{x}$ ؛ $f(x) = \frac{x}{1-lnx}$

$f(x) = ln|e^{2x}-1|$ ؛ $f(x) = -x + ln(\frac{x}{x-1})$

$f(x) = (lnx)^2 + 2lnx - 1$

التمرين 06 :

أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

(1	$f(x) = \frac{1}{x} + lnx$	؛ $D =]0,+\infty[$
(2	$f(x) = \frac{x^2-1}{2x} + \frac{lnx}{x}$	؛ $D =]0,+\infty[$
(3	$f(x) = x^2 - 1 - lnx$	؛ $D =]0,+\infty[$
(4	$f(x) = x^2 - 1 - x^2lnx$	؛ $D =]0,+\infty[$
(5	$f(x) = 2x + 1 - ln|x|$	؛ $D = \mathbb{R} - \{0\}$
(6	$f(x) = ln(\frac{x-1}{2-x})$	؛ $D =]1,2[$
(7	$f(x) = x^2 - 1 - e^{x}$	؛ $D =]-\infty,+\infty[$
(8	$f(x) = x + 3 + e^{2x} - e^{x}$	؛ $D = \mathbb{R}$
(9	$f(x) = (x^2 - x + 1)e^{x}$	؛ $D = \mathbb{R}$
(10	$f(x) = (x-1)lnx$	؛ $D =]0,+\infty[$
(11	$f(x) = \frac{x-1}{1-lnx}$	؛ $D =]0,e[\cup]e,+\infty[$
(12	$f(x) = \frac{5x-2}{e^{x}+2}$	؛ $D = \mathbb{R}$

التمرين 07 :

أحسب النهاية عند العدد المعطى :

1) $f(x) = \frac{e^{x}-1}{2x}$ عند "0"

2) $f(x) = \frac{1}{x}(e^{3x}-1)$ عند "0" و عند "$+\infty$"

3) $f(x) = x(e^{\frac{1}{x}}-1)$ عند "$-\infty$" و عند "$+\infty$"

4) $f(x) = xln(\frac{1}{x}+1)$ عند "$+\infty$"

5) $f(x) = e^{-x}ln(1+e^{x}) =$ عند "$+\infty$" و عند "$-\infty$"

مسألة 01 :

الجزء الأول :

g دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 + 2x + ln\,(x+1)$$

1) بين أن $g'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

2) شكل جدول تغيرات الدالة g

3) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{ln\,(x+1)}{(x+1)}$

1) أ- أحسب النهايات .

ب- بين أن (C_f) يقبل مقاربا مائلا (Δ)

ج- أدرس وضعية (Δ) و (C_f)

2) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

4) أرسم (C_f) .

مسألة 02 :

I- 1- حل على $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$2x^2 - 15x + 18 = 0$$

2- استنتج :

أ- حلول المعادلة : $2e^{2x} - 15e^{x} + 18 = 0$

ب- إشارة المقدار : $2e^{2x} - 15e^{x} + 18$

II- f دالة عددية معرفة على $]ln3,+\infty[$ بـ :

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{e^{x}-3}$$

1- أحسب النهايات ثم عين المقاربات .

2- أدرس الوضع النسبي بين C_f و المقارب المائل .

3- بين أن $f'(x) = \frac{2e^{2x}-15e^{x}+18}{(e^{x}-3)^2}$

عماري

- استنتج من الجزء I إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات
4- أنشئ $\mathcal{C}_f$

مسألة 03 :

I- g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ :

$$g(x)=x^2-2x+ln|x-1|$$

1- أدرس تغيرات g
2- أحسب $g(0)$ ، $g(2)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{ln|x-1|}{x-1}$$

1- أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$
2- أحسب النهايات ثم شكل جدول التغيرات
3- عين المستقيمين المقاربين
4- عين نقطة تقاطع المقاربين ثم برهن أنها مركز تناظر لـ $\mathcal{C}_f$
5- أرسم $\mathcal{C}_f$.

مسألة 04 :

(g دالة عددية معرفة على $[-2,+\infty[$ بـ :

$$g(x)=(ax+b)e^{-x}+1$$

عين العددين a , b علما أن معامل توجيه المماس عند النقطة $A(-1,1)$ هو $(-e)$

(I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-2,+\infty[$ بـ :

$$f(x)=(-x-1)e^{-x}+1$$

1) أحسب النهايات ثم فسر هندسيا
2) أدرس التغيرات ثم شكل جدول التغيرات
3) بين أن $\mathcal{C}_f$ يقبل نقطة انعطاف I
4) أكتب معادلة المماس T لـ $(\mathcal{C}_f)$ عند I
5) أرسم T ثم $\mathcal{C}_f$

(II h دالة عددية معرفة على $[-2,+\infty[$ بـ :

$$h(x)=f(x^2)$$

تعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة h ثم
كل جدول تغيراتها

مسألة 05 :

1) g دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=2x+lnx$$

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g
ب- بين ان من أجل $x\in[1;+\infty[$ يكون $g(x)\neq 0$

2) f دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي :

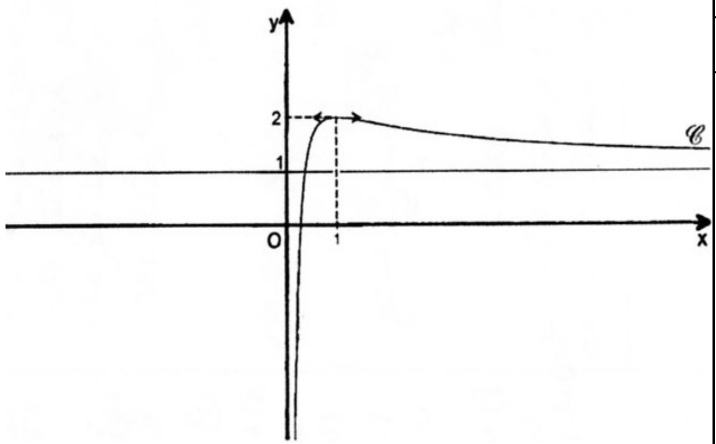
$$f(x)=\frac{6lnx}{2x+lnx}$$

أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .
ت- عين قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين .
ث- عين معادلة المماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 .

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(e^x)$
أ. شكل جدول تغيرات الدالة h
ب. عين معادلة المماس (Δ_2) لـ $(\mathcal{C}_h)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
ت. أرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ ، $(\mathcal{C}_h)$ في نفس المعلم .

مسألة 06 :

I) المنحنى الآتي $(\mathcal{C})$ يمثل دالة f معرفة على $]0,+\infty[$



المستقيمان $x=0$ و $y=1$ مقاربان لهذا المنحنى .

1) باستعمال المنحنى البياني عين :
أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0^{>}} f(x)$
ب- جدول التغيرات .

2) نفرض أن عبارة $f(x)$ من الشكل : $f(x)=a+\frac{b}{x}+c\frac{Lnx}{x}$
حيث a , b , c أعداد حقيقية .
أ- بين أن من أجل $x>0$: $f'(x)=-\frac{b}{x^2}+c\left(\frac{1-Lnx}{x^2}\right)$
ب- بين بالرجوع إلى المنحنى أن a , b , c تحقق الجملة :

$$\begin{cases}a=1\\a+b=2\\c-b=0\end{cases}$$

ج- استنتج عبارة $f(x)$

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=f(e^{-x})$$

1) بين أن : $g(x)=(1-x)e^x+1$
2) شكل جدول تغيرات الدالة g .
3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<\frac{3}{2}$
4) أرسم المنحنى $\mathcal{C}_g$ على المجال $]-\infty,2]$ في معلم متعامد و متجانس .

مسألة 07 :

(I g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$g(x)=lnx+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}$$

1) أدرس تغيرات g
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,+\infty[$
3) عين العدد الطبيعي n حيث $\frac{n}{10}<\alpha<\frac{n+1}{10}$
4) عين إشارة $g(x)$

(II نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$f(x)=e^x(lnx+\frac{1}{x})$$

$\mathcal{C}_f$ تمثيلها البياني حيث $\|\vec{i}\|=4cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$

1- أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
ب) بين أن $f(x)=\frac{e^x}{x}(xlnx+1)$ ثم أحسب $\lim_{x\to 0^{>}} f(x)$
2- بين أن $f'(x)=e^x g(x)$
3- أنشئ جدول التغيرات لـ (f)
4- بين أن $f(\alpha)=\frac{(1-\alpha)e^{\alpha}}{\alpha^2}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$
5- أكتب معادلة المماس (T) لـ $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة (1) ثم أنشئ (T) و $\mathcal{C}_f$.

عماري

PREPARATION CONTINUE BAC 2010