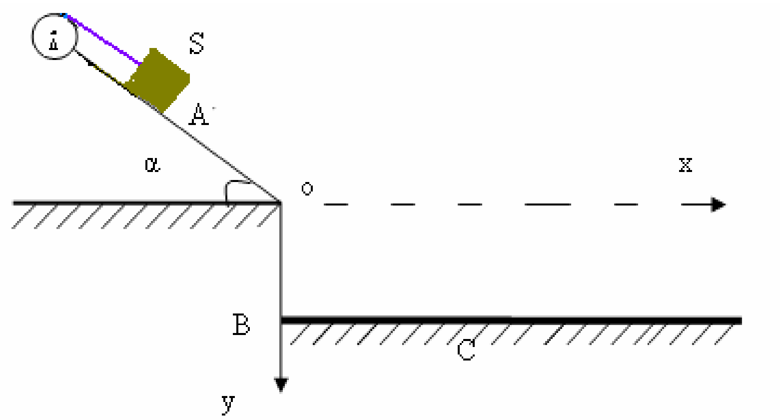
(I

نعتبر جسما صلبا (S) كتلته $m=0,25kg$ ، يمكنه أن ينزلق بدون احتكاك فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للخط الأفقي .

الجسم (S) مثبت في طرف حبل ذي كتلة مهملة وغير قابل للتمدد و يدور بدون انزلاق على مجرى بكرة شعاعها $r=5cm$ قابلة للدوران حول محور أفقي وثابت Δ .

نعطي عزم قصور البكرة بالنسبة للمحور Δ: $J_\Delta=2,5.10^{-3}kg.m^2$ و شدة الثقالة: $g=10m/s^2$.



1) نطلق الجسم (S) من النقطة A بدون سرعة بدئية فينزلق فوق المستوى المائل مسببا دوران البكرة .

1-1: احسب تسارع الجسم (S) واستنتج طبيعة حركته.

2-1: احسب سرعة الجسم (S) في النقطة O علما أن : $OA=2m$.

2) في النقطة O ينفلت الحبل من البكرة فيسقط الجسم (S) في النقطة C من علو $OB=75cm$.

1-2: أعط المعادلتين الزمنيتين لحركة الجسم (S) في المعلم (o,x,y).

2- 2: استنتج : ا) مدة السقوط الحر للجسم (S).

ب) المسافة BC .

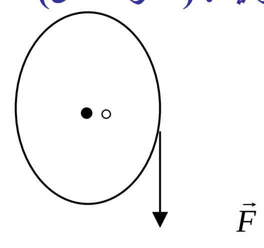
3) عندما ينفلت الحبل من البكرة تخضع هذه الأخيرة إلى مزدوجة مقاومة عزمها ثابت $M_\Delta=-7,5\times10^{-2}N.m$ ليتوقف بعد انجاز عدة دورات .

1-3 : احسب التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للبكرة.

2-3 : ما عدد الدورات التي أنجزتها البكرة خلال مدة الكبح ؟

(II

يمكن لقرص متجانس كتلته m وشعاعه $r=5cm$ ، أن يدور حول محوره الأفقي Δ بدون احتكاك. نلف على محيط القرص خيطا رقيقا. (انظر الشكل)



عزم قصور القرص بالنسبة لمحور الدوران : $J_\Delta=\frac{1}{2}m.r^2$.

(1 نطبق على القرص قوة $\vec{F}$ مماسة لمحيطه وثابتة ، شدتها تساوي نصف شدة الوزن P للقرص مسببة دوران القرص حول محوره Δ . علما أنه في اللحظة $t=o$ ، $\theta=0$ والسرعة البدئية منعدمة.

1-1 : أوجد تعبير التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للبكرة بدلالة r و g ثم احسب قيمته .

2-1: ما المدة الزمنية التي ينجز فيها القرص دورة كاملة ؟

1 -3: ما السرعة الزاوية بعد هذه المدة ؟

(2 عندما تصير سرعة القرص 10دورات في الثانية، نحذ ف تأثير الخيط . نلاحظ أنه نتيجة التأثيرات العديدة التي تسبب كبح القرص ،فإن سرعته تتناقص لتنعدم بعد 5 دقائق.

2-1: احسب عدد الدورات التي ينجزها القرص قبل توقفه النهائي (باعتبار لحظة الانفصال عن القرص هي اللحظة $t = o$).

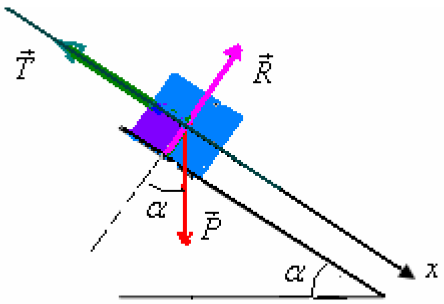
2-2: عبر بدلالة m و r عن العزم M لمزدوجة الكبح الذي نعتبره ثابتا . نعطي : $g = 10m/s^2$

Sbiro abdelkrim mail : sbiabdou@yahoo.fr

تصحيح

I – 1) 1-1: خلال حركته على المستوى المائل يخضع الجسم S للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه. و $\vec{R}$: القوة المقرونة بتأثير سطح التماس وهي $\perp$ عليه لأن الاحتكاك مهمل.



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S نحصل على: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$

بما أن حركة الجسم S مستقيمية فإن : $\vec{a}_G = a.\vec{i}$: $\vec{i}$ المتجهة الواحدية التي توجه المحور $0x$.

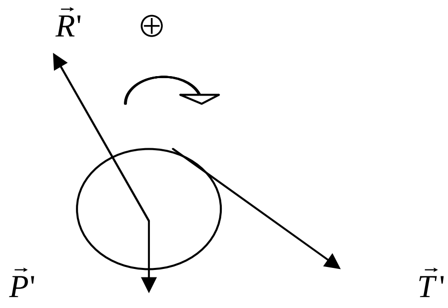
نسقط هذه العلاقة على المحور $0x$. $+P\sin\alpha + 0 - T = m.a$ ومنه نستخرج :

$\boxed{T = mg\sin\alpha - ma}$ **(1)**

وبتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة التي أثناء دورانها تخضع للقوى التالية :

$\vec{P}'$: وزن البكرة. و R' : القوة المقرونة بتأثير محور الدوران على البكرة ثم $\vec{T}'$: توتر الخيط.

تكتب العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن كما يلي : $M\vec{P}'_\Delta + M\vec{R}'_\Delta + M\vec{T}'_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}$ وباعتبار المنحى الموجب للدوران:



تصبح العلاقة السابقة كما يلي : $0 + 0 + T'.r = J_\Delta.\ddot{\theta}$

لأن: $\vec{P}'$ و $\vec{R}'$ تتقاطعان مع محور الدوران ومنه : $T' = \dfrac{J_\Delta.\ddot{\theta}}{r}$ **(2)**

ولدينا من جهة $T = T'$ لان الخيط المستعمل غير قابل للتمدد وذي كتلة مهملة ومن جهة أخرى $a = r\ddot{\theta}$ لان الخيط يدور بدون انزلاق على البكرة.إذن: $\ddot{\theta} = \dfrac{a}{r}$ إذن: $mg.\sin\alpha - ma = \dfrac{J_\Delta.a}{r^2}$ أي:

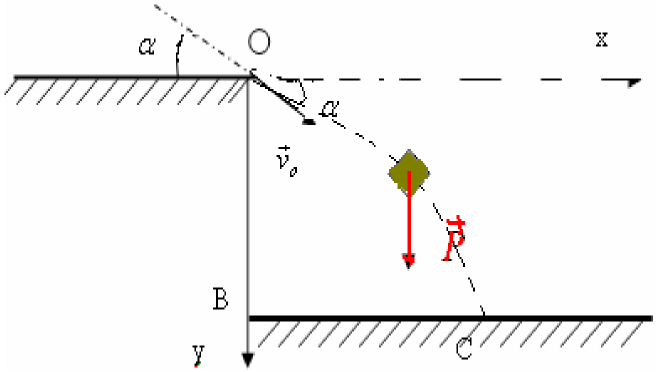
$$\boxed{a=\frac{m.g.\sin\alpha}{m+\frac{J_\Delta}{r^2}}}$$

ت.ع: $a=\frac{0{,}25.10.0{,}5}{0{,}25+\frac{2{,}5.10^{-3}}{25.10^{-4}}}=\frac{1{,}25}{0{,}25+\frac{25.10^{-4}}{25.10^{-4}}}=\frac{1{,}25}{1{,}25}=1m.s^{-2}$ (هذا التطبيق العددي لا يحتاج إلى استعمال الآلة الحاسبة .) ينتقل الجسم S على مسار مستقيمي بتسارع ثابت إذن حركته مستقيمية متغيرة بانتظام.

2-1:- بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن بين الموضعين A وO:

$v_O{}^2-v_A{}^2=2.a.OA$ وبما أن : $v_A=0$: $v_0=\sqrt{2.a.OA}=\sqrt{2\times1\times2}=2m/s$

2) عندما يغادر الجسم S المستوى المائل في النقطة O يصبح خاضعا لتأثير وزنه $\vec{P}$ فقط.



* متجهة السرعة $\vec{v}_0$ في النقطة O:

$\vec{V}_0$: لها أحداثيتين في المعلم (o,x,y) وتكون زاوية α مع المحور $0x$.

$$\vec{V}_0 \left| \begin{array}{l} V_Ox=V_0.co\alpha \\ V_Oy=V_O\sin\alpha \end{array}\right.$$

العلاقة الأساسية للديناميك(القانون الثاني لنيوتن) تكتب كما يلي : $\vec{P}=m.\vec{a}_G$

* إسقاطها على المحور oy $\Leftarrow$ $+P=m.a_y$ أي $m.g=ma_y$ $\Leftarrow$ $a_y=g$ الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام. وبذلك تكون المعادلة الزمنية للحركة حسب هذا المحور : $y=\frac{1}{2}a_y.t^2+v_{oy}.t+y_0$ أي:

$$y=\frac{1}{2}g.t^2+v_o\sin\alpha.\times t \quad\Leftarrow\quad \underline{y=5t^2+t}$$

* إسقاطها على المحور ox $\Leftarrow$ $0=m.a_x$ أي: $a_x=0\Leftarrow$ الحركة مستقيمية منتظمة تتم بسرعة ثابتة وهي: $v_x=v_{ox}=v_o.\cos\alpha$ إذن: المعادلة الزمنية للحركة حسب ox هي: $x=v_o\cos\alpha\times t$

$$\boxed{x=1{,}73t}$$

2-2) لتكن tc مدة السقوط الحر للجسم S . عند وصول الجسم S إلى النقطة C يكون لدينا:

$y=yc=y_B=OB$ نعوض في(3) : $0{,}75=5tc^2+tc$

أي : $5tc^2+tc-0{,}75=0$

هذه المعادلة لها حلين: $tc=\frac{-1\pm4}{10}$ أي $0{,}3$ و$-0{,}5$ وبما أن $t\rangle0$ فإن: $\underline{tc=0{,}3s}$

تحديد المسافة BC

لدينا : $BC=xc$ ونعوض في المتغيرة x بمدة السقوط t tc :

$$xc=1{,}73tc=1{,}73.0{,}3=51{,}9m\approx52m$$

3) 1-3) نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة بعد انفلات الحبل:فهي لا تخضع لوزنها $\vec{P}$ وتأثير محور الدوران $\vec{R}$ بالإضافة إلى المزدوجة المقاومة ذات العزم $M_\Delta = -7,5\times10^{-2}\, N.m$

أي: $M_\Delta + M\vec{P}_\Delta + M\vec{R}_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}'$ إذن: $M_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}'$ 2-3 : في لحظة انفلات الحبل السرعة الزاوية للبكرة: $\omega_0 = \frac{v_o}{r} = \frac{2}{5.10^{-2}} = 40 rad/s$

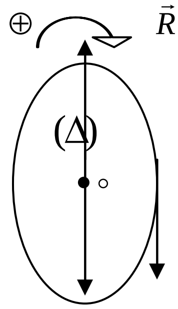
بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن : $\omega^2 - \omega_o^2 = 2.\ddot{\theta}'.\Delta\theta$ مع السرعة الزاوية عند التوقف $\omega = 0$ و

بحيث $\Delta\theta = 2\pi.n$ تمثل n عدد الدورات التي أنجزتها الاسطوانة قبل التوقف. $n = \frac{-\omega^2}{4.\pi.\ddot{\theta}'} = 4,25$

II) 1)

1-1)بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة التي تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزن البكرة.و $\vec{R}$:تأثير محور الدوران Δ ثم $\vec{F}$:القوة المطبقة على البكرة .



$$\sum M\vec{F}_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$
$$M\vec{F}_\Delta + M\vec{P}_\Delta + M\vec{R}_\Delta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

نختار منحى موجبا للدوران (انظر الشكل)

وبما عزم $\vec{P}$ وعزم $\vec{R}$ منعدمان لان خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران(لا مقدرة لهما على إدارة البكرة) فإن العلاقة السابقة تصبح: $+F\times d + 0 + 0 = J_\Delta.\ddot{\theta}$ (1)

مع : $\left[J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2\right]$ و $[d = r]$ و $\left[F = \frac{m.g}{2}\right]$ إذن العلاقة (1) تصبح:

$\frac{m.g}{2}.r = \frac{1}{2}m.r^2.\ddot{\theta}$ ومنه : $\ddot{\theta} = \frac{g}{r}$ ت.ع: $\ddot{\theta} = \frac{10}{5.10^{-2}} = 200 rad/s^2$

2-1) بما أن حركة البكرة دورانية متغيرة بانتظام متسارعة. المعادلة الزمنية للحركة تكتب كما يلي :

(a) $\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}\times t^2 + \omega_0 t + \theta_0$ في هذه العلاقة وحدة θ هي rad.

عندما ينجز القرص دورة كاملة: $\theta = 2\pi$ ومن خلال المعطيات : $\theta_0 = 0$ و $\omega_0 = 0$ إذن العلاقة **(a)** تصبح:

$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}\times t^2$ ومنه

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2\times\theta}{\ddot{\theta}}} = \sqrt{\frac{2\times 2\pi}{200}} = 0,25s}$$

3-1) من خلال دالة السرعة الزاوية : $\omega = \ddot{\theta}\cdot t + \theta_0$ مع $\theta_0 = 0$ إذن : $\omega = 200t$

وفي اللحظة $t = 0,25s$ نحصل على :

$$\boxed{\omega = 200.0,25 = 50 rad/s}$$

2) 1-2 لتكن ω_1 السرعة الزاوية لدوران القرص في لحظة انفصاله عن الخيط أي للحظة ا التي تصير فيها سرعة القرص 10دورات في الثانية. نعلم أن عدد الدورات في الثانية يمثل التردد N (لان الدور T هي المدة التي ينجز فيها القرص دورة واحدة . فبما أنه أصبح ينجز n دورة في 1s إذن 1 دورة سينجزها في $\frac{1}{n}$ وهو الدور T وهو مقلوب التردد وبالتالي عددا لدورات في الثانية n يعبر عن التردد N.)

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T_0} = 2.\pi.N}$$

إذن: $\omega_1 = 2\pi.N_1 = 2\times 3{,}14\times 10 = 62{,}8 rad/s$ ولتكن ω_F السرعة الزاوية للقرص عند التوقف $\omega_F = 0$.

<u>بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على القرص بين لحظة انفصاله عن الخيط ولحظة توقفه عن الحركة :</u>

$$\omega_F{}^2 - \omega_1{}^2 = 2.\ddot{\theta}'\Delta\theta \quad \textbf{(1)}$$

مع $\Delta\theta = 2\pi$ **n** و $\omega_F = 0$ وهكذا **(1)** تصبح $-\omega_1{}^2 = 4.\ddot{\theta}'\pi.n$ إذن: $n = \dfrac{-\omega_1{}^2}{4.\pi.\ddot{\theta}'}$ ومن

<u>خلال دالة السرعة الزاوية</u>(باعتبار لحظة الانفصال هي اللحظة $t = o$) لدينا : $\omega_F = \ddot{\theta}'\times t + \omega_1$ مع: بما أنه يتم

التوقف بعد 5دقائق: $\ddot{\theta}' = \dfrac{-\omega_1}{t}$ **(c)**مع : $\omega_1 = 62{,}8 rad/s^2$ و $t = 5mn = 300s$ و : $\omega_F = 0$

نعوض(**c**) في :(**b**) فنحصل على:

$$\boxed{n = \frac{\omega_1.t}{4.\pi} = \frac{62{,}8\times 300}{4\times 3{,}14} = 1500tr}$$

2-2) بتطبيق <u>ع.أ.للتحريك على البكرة في المرحلة الأخيرة</u>(بعد انفصالها عن الخيط) نحصل على :

$M\vec{P}_\Delta + M\vec{R}_\Delta + M = J_\Delta.\ddot{\theta}' \quad \Leftarrow \quad 0 + 0 + M = \dfrac{1}{2}m.r^2.\ddot{\theta}'$: مع $\ddot{\theta}' = \dfrac{-\omega_1}{t}$ و$\omega_1 =$ **62,8rad /s**

و $t = 5mn = 300s$ إذن: $\ddot{\theta}' = \dfrac{-62{,}8}{300} \approx -0{,}21 rad/s^2$ إذن: $M = -0{,}105.m\times r^2$

Sbiro abdelkrim email: sbiabdou@yahoo.fr