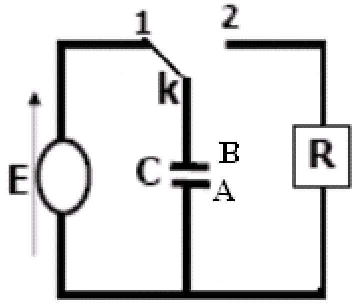
سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC

لمزيد من دروس و التمارين و الامتحانات ... موقع قلمي

I) نعتبر الدارة التالية:



1) نضع قاطع لتيار الكهربائي في الموضع(1) عند اللحظة t=0

أ) ما الهدف من هذا التركيب ؟

ب) ما إشارة شحنة كل من اللبوسين A و B ؟

2) نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2).

1-2 أ) ارسم الدارة الموافقة ممثلا التوتربين مربطي كل ثنائي قطب.

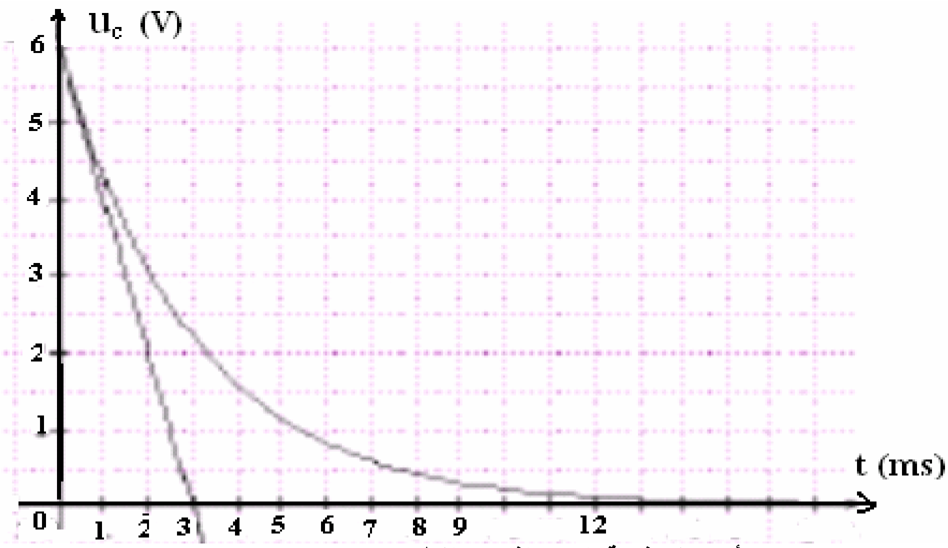
ب) بين أن : $u_R = R.C\dfrac{du_c}{dt}$.

ج) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.

د) علما أن حل المعادلة التفاضلية المحصل عليها يكتب كما يلي : $u_C = Ae^{-K.t} + B$

حدد كل من: A ،B و K ثم استنتج تعبير التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.

2-2 نعطي المنحنى الذي يمثل تغيرات التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن .

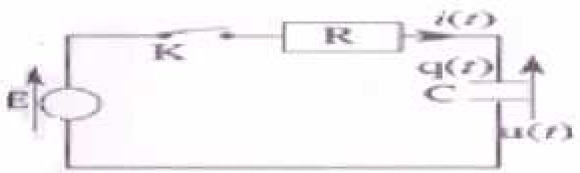


أ) عرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RC .

ب) حدد مبيانيا قيمة ثابتة الزمن.

د) علما أن مقاومة الموصل الاومي $R = 12K\Omega$ ، استنتج قيمة سعة المكثف المستعمل .

II) شحن مكثف.



نركب في الدارة الكهربائية جانبه مكثفا غير مشحون ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة t = 0 .

1 - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

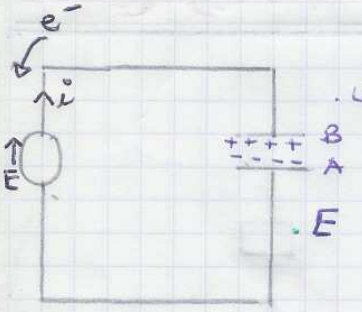
2 - حل المعادلة التفاضلية هو : $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

حيث $\tau = RC$ ثابتة الزمن و A و B ثابتتان.

أ - عندما يؤول $t \to \infty$، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم. ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج الثابتة B.

ب - باستعمال الشروط البدئية، حدد الثابتة A ، واستنتج تعبير $q(t)$.

تصحيح التمرين :



1 : أ) الهدف من هذا التركيب هو شحن المكثف.

ب) : تحديد إشارة كل من اللبوسين A و B.

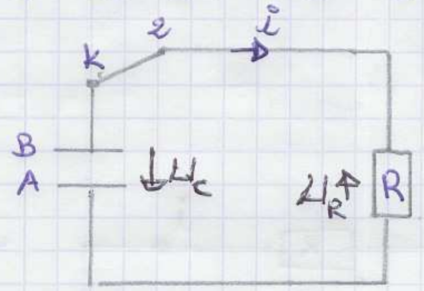
نعلم أن في إصطلاح المولد i لها نفس منحى E.

وبما أن الإلكترونات لها عكس منحى i.

فإن شحنة اللبوس A $q_A < 0$ ، شحنة اللبوس B $q_B > 0$

المولد يجذب الإلكترونات من اللبوس B و يدفعها نحو اللبوس A.

2 - 1 : أ) الدارة الموافقة، مع تمثيل التوتر بين مربطي كل ثنائي قطب هي :



ب) لنبين أن $u_R = RC \cdot \frac{du_c}{dt}$

لدينا ① $u_R = R i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ مع $q = C u_c$

نجد $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt}$

$i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ إذن العلاقة ① تصبح $\boxed{u_R = Ri = RC \cdot \frac{du_c}{dt}}$

ج) لنحدد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات : لدينا $u_R + u_c = 0$ ⊛

ومن خلال السؤال السابق $u_R = RC \frac{du_c}{dt}$

إذن $u_c + RC \cdot \frac{du_c}{dt} = 0$ (تعويض u_R في العلاقة ⊛)

ولدينا $\tau = RC$ وبالتالي $\boxed{\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = 0}$

τ : ثابتة الزمن

د) لنحدد كلا من A و B و K علما أن حل المعادلة التفاضلية $u_c = Ae^{-kt} + B$

لدينا
$$\begin{cases} u_c = Ae^{-k.t} + B \\ \frac{du_c}{dt} = -kAe^{-k.t} \end{cases}$$

وبالتعويض في $u_c + \tau \frac{du_c}{dt} = 0$ نجد $\tau(-k \cdot Ae^{-kt}) + Ae^{-kt} + B = 0$

أي $-\tau k Ae^{-kt} + Ae^{-kt} + B = 0$

أي $Ae^{-kt}(1-\tau k)+B=0$

$$Ae^{-kt}(1-\tau k)=-B$$

لكي تتحقق هذه العلاقة يجب أن يكون معامل e^{-kt} منعدما

وبذلك تصبح لدينا $1-\tau k=0$ أي $\boxed{k=\frac{1}{\tau}}$ & $\boxed{B=0}$

وبالتالي الحل يصبح ③ $u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

لأن المكثف يخضع لرتبة نازلة للتوتر .

فإن: عند اللحظة $t=0$ لدينا $u_c=E$

وبالتعويض في ③ نجد $E=Ae^{0}$

$$\boxed{E=A}$$

وبالتالي الحل ③ يصبح $\boxed{u_c = E e^{-\frac{t}{\tau}}}$

2-2 :

أ) ثابتة الزمن: تسمى ثابتة الزمن لثنائي قطب RC والتي نرمز لها ب τ المقدار $\tau = RC$ ووحدتها (s).

ب) تحديد قيمة ثابتة الزمن مبيانيا:

τ هي نقطة تقاطع المماس مع محور الزمن: نجد $\tau = 3\,ms$

(أنظر المبيان)

$$\boxed{\tau = 3\cdot10^{-3}\,s}$$

ج) لدينا $\tau = RC$ ومنه $C=\frac{\tau}{R}$

مع $\tau = 3\cdot10^{-3}\,s$ & $R = 12\,k\Omega$

$R = 12\times10^{3}\,\Omega$

$$C=\frac{3\cdot10^{-3}}{12\cdot10^{3}}$$

$$C=0,25\cdot10^{-6}\,F$$

$$\boxed{C=0,25\,\mu F}$$

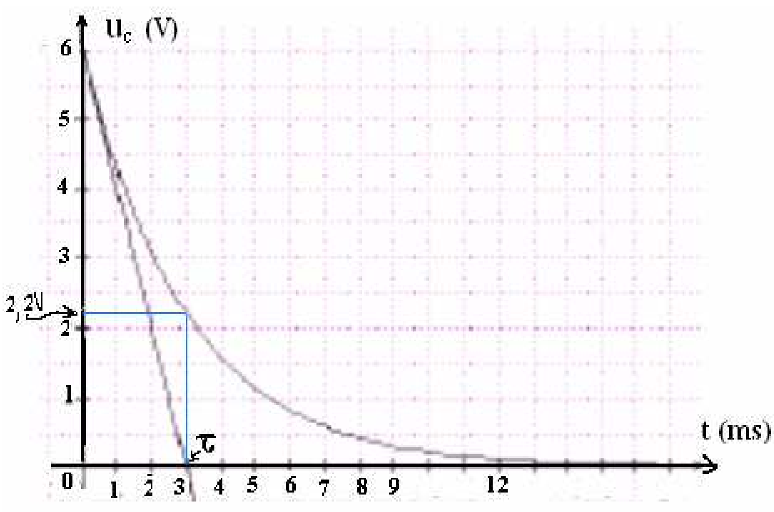
- يمكن تحديد ثابتة الزمن τ مبيانيا؛ وذلك باستعمال طريقة التعويض عند اللحظة $t=\tau$

$$u_c = E e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_c = E\cdot e^{-\tau/\tau} = E\cdot e^{-1} = 0,37\,E = 0,37\times6$$

$$\Rightarrow u_c = 2,2\,V.$$

إذن التوتر $u_c = 2,2V$ يوافق اللحظة $t=\tau$

ومبيانيا نحصل على: $\tau = 3\,ms$ (أنظر المبيان)



تمرين

الكتلة
نسا وي وحدة الذرية u : $\frac{1}{12}$ من كتلة الكربون 12

1) عرف عن وحدة الكتلة الذرية واحسب قيمتها ب kg ؟

2) أحسب قيمة وحدة الكتلة الذرية ب MeV/c^2 ؟

3) أحسب كتلة البروتون m_p وكتلة النوترون m_n ب u .

نعطي $1\,eV = 1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,J$ ، $m_p = 1{,}67262 \cdot 10^{-27}\,kg$

$c = 299792458\,m/s$ ، $m_n = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}\,kg$

الحل

1- لدينا $u = \frac{1}{12} m(C)$ لكن $M(C) = 12\,g/mol$

إذن $1\,mol$ يحتوي على N_A ذرة: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$

$$u = \frac{12 \cdot 10^{-3}\,kg}{6{,}02 \cdot 10^{23} \times 12} =$$

$$\boxed{1\,u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg}$$

2- نبحث عن الطاقة المكافئة للوحدة الذرية $1u$ أي الطاقة الموافقة لجسم كتلته تساوي $1u$

باستعمال علاقة إينشتاين

$E = \Delta m \cdot c^2$

$\Delta m = 1\,u$

$$E = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \times (299792458)^2$$

$$= 1492{,}42 \cdot 10^{-13}\,J$$

$$= \frac{1492{,}42 \cdot 10^{-13}}{1{,}602177 \cdot 10^{-19}}\,eV$$

$$E = 931{,}5 \times 10^6 = 931{,}5 \cdot 10^6\,MeV$$

ولدينا $E = \Delta m \cdot c^2$

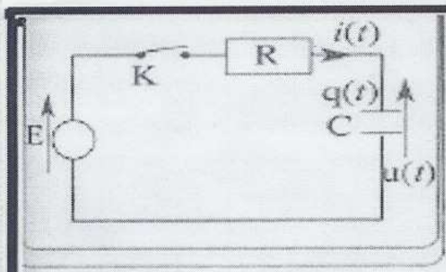
$931{,}5 \cdot 10^6 = \Delta m \cdot c^2$

$1\,\Delta m = 931{,}5\,MeV/c^2$

$$\boxed{1\,u = 931{,}5\,MeV/c^2}$$

Voir la suite en bas

تصحيح تمرين 5 ص: 116



شحن مكثف

نركب في الدارة الكهربائية جانبه مكثفا غير مشحون ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة $t = 0$.

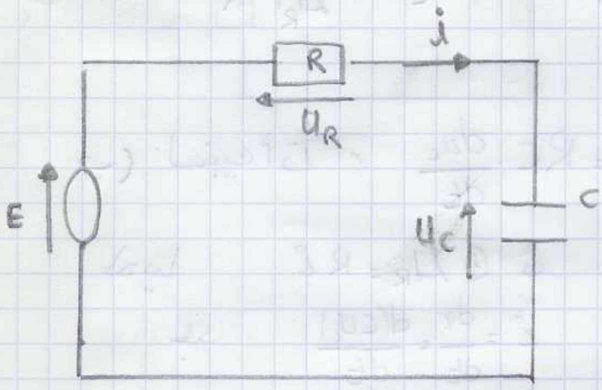
1 ـ أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

2 ـ حل المعادلة التفاضلية هو : $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$
حيث $\tau = RC$ ثابتة الزمن و A و B ثابتتان.

أ ـ عندما يؤول $t \to \infty$، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم. ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج الثابتة B.

ب ـ باستعمال الشروط البدئية، حدد الثابتة A، واستنتج تعبير $q(t)$.

1 ـ



لدينا حسب قانون إضافيات التوترات

① $u_R + u_C = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$

إذن : $u_R = Ri = R.\frac{dq}{dt}$

إذن العلاقة ① تصبح : $R.\frac{dq}{dt} + u_C = E$. ②

و نعلم أن $q = C.u_C$ إذن ، $u_C = \frac{q}{C}$

و بالتالي العلاقة ② تصبح :

$$\boxed{R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E}$$

وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف.

2 ـ أ ـ

ـ بما أن حل المعادلة التفاضلية هو :

$$\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + B} \quad ①$$

$t \to +\infty$ ـ الدارة في النظام الدائم أي $u_C = E$ ومع $q = u_C.C$ فإن $q = E.C$

ـ لدينا $t \to +\infty \Leftarrow e^{-\infty} \to 0$

ـ و بالتعويض في ① $t \to +\infty \Leftarrow q = C.E$

$$CE = Ae^{-\infty} + B$$

$$CE = 0 + B \Rightarrow \boxed{B = CE}$$

-ب- من خلال الشروط البدئية: -إذن العلاقة (1) تصبح $\Leftarrow$ $\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + CE}$ (2)

وبما أن المكثف خضع لرتبة صاعدة للتوتر.

لدينا: $t=0 \Rightarrow U_C = 0 \Rightarrow q = C.U_C = 0$

و بالتعويض في (2)

$$0 = Ae^{0} + CE$$

$$0 = A + CE$$

$$\Rightarrow A = -CE.$$

و بالتالي حل المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف تكتب كما يلي:

$$q = -CE\, e^{-t/\tau} + CE.$$

$$\boxed{q = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$