تصحيح تمارين الكهرباء
الدارة RL و RC و RLC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

1 ــ حساب التوترين U_1 و U_2

بما أن المكثفين مركبين على التوالي فإن التوتر بين مربطيهما هو : $U=U_1+U_2$

ونعلم أن $U_1=\dfrac{Q_1}{C_1}$ و $U_2=\dfrac{Q_2}{C_2}$ و $U=\dfrac{Q}{C}$

أي أن $U=\dfrac{Q_1}{C_1}+\dfrac{Q_2}{C_2}$ وبما أن التيار المار في الدارة متوالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$Q=Q_1=Q_2$ أي أن $U=Q\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)\Rightarrow Q=\dfrac{U}{\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)}$

وبالتالي :

$$U_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q}{C_1}$$

$$U_1=\frac{\dfrac{U}{\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)}}{C_1}=\frac{U}{C_1.\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)}$$

$$U_1=\frac{C_2.U}{C_1+C_2}=200V$$

$$U_2=\frac{C_1.U}{C_1+C_2}=100V$$

2 ــ من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1=Q_2=C_1U_1=2.10^{-4}C$$

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر $U=100V$ ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 ــ عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 ــ احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة : 1 ــ $Q=2.10^{-4}C$ 2 ــ $U_1=U_2=80V$

تمرين3

من خلال المعطيات أننا نريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .

بما أن لها نفس السعة :

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i=n.C_1 \Rightarrow n=\frac{C}{C_1}$$

$$n=50$$

2 ـ شحنة هذا التجميع :

$$Q=C.U=0,20C$$

ـ شحنة كل مكثف هي :

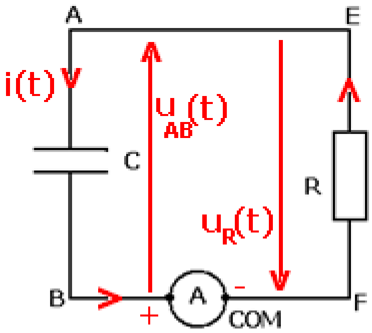
$$Q_1=C_1.U=4.10^{-3}C$$

الدارة RC

تمرين 1

1 ـ توجيه الدارة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدارة :

نعلم أن طريقة طريقة تركيب الأومبيرمتري المربط المشترك Com) يعتبر كقطب سالب) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .



شحنة اللبوس A هي q بحيث أن q دالة تزايدية إذن $i=\frac{dq}{dt}>0$

2 ـ الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .

تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB}=\frac{q_A}{C}=-u_R=-Ri(t)$$

$$u_{AB}=-R.i(t)$$

4 ـ نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=-u_R \Rightarrow u_{AB}+u_R=0$$

$$u_{AB}+Ri(t)=0 \quad (1)$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_{AB}}{dt}$$

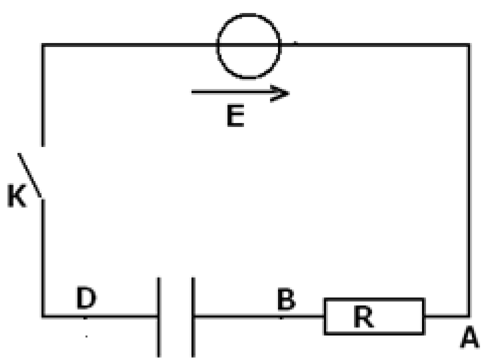
$$(1)\Leftrightarrow u_{AB}+RC\frac{du_{AB}}{dt}=0$$

تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته C=10μF من خلال التركيب التالي :

تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر E=12,0V . مقاومة الموصل الأومي R=10kΩ .

عند اللحظة t=0 المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .



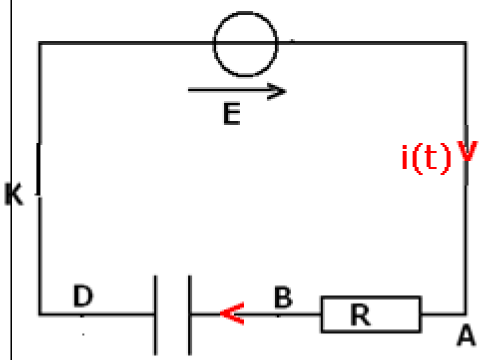
1 ـ لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i=\frac{dq}{dt}$ ، وجه على الدارة التيار i(t) .

2 ـ نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

$$u_{BD}=u$$

$$u=u_{BD}=\frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t)=\frac{dq}{dt}, u_{AB}=Ri(t)$$

$$u_{AB}=R.\frac{dq}{dt}=RC\frac{du}{dt}$$

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و D :

$$u_{AD}=u_{AB}+u_{BD}$$

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

3 ـ أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) .

المعادلة التفاضلية التي تحقق u(t) هي :

$$E=RC.\frac{du}{dt}+u$$

4 ـ حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 ـ 1 حدد التعابير الحرفية ل A و τ وأحسب قيمها .

نعوض في المعادلة التفاضلية الحل $u(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E=RCA.\left(0+\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)+A\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$\left(\frac{RC}{\tau}-1\right)=0\Rightarrow RC=\tau$$

$$A=E$$

$$u(t)=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)$$

A قيمة القوة الكهرمحركة للمولد و ثابتة الزمن τ تساوي RC

$$\tau=RC$$

تطبيق عددي :

$\tau=RC=0,1s$ و A=10V

4 ـ 2 عبر عن تيار الشحن i(t)

تعبير تيار الشحن i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow i(t)=C\frac{du}{dt}\Rightarrow i(t)=\frac{E}{\tau}exp\left(-t/\tau\right)$$

$$u=10\left(1-exp\left(-t/0,1\right)\right)\Rightarrow i(t)=10^{2}\,exp\left(-t/0,1\right)$$

5 ـ عبر حرفيا ، عند اللحظة t=0 ، ثم أحسب قيم :

ـ u ، $\frac{du}{dt}$ ، i و $\frac{di}{dt}$

عند t=0 لدينا :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} = 10^2\,V/s$$

$$i(0) = \frac{E}{\tau} = 10^2\,V/s$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{\tau^2}\,exp(-t/\tau) \Rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0) = 0$$

6 ــ 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر u(t) إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

$$u(t_{1/2}) = E\left(1 - exp(-t_{1/2}/\tau)\right)$$

عند $t_{1/2}$ تكون

$$u(t_{1/2}) = \frac{E}{2} = E\,exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$ln\,2 = \frac{t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow t_{1/2} = \tau.ln\,2$$

6 ــ 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل $\frac{E}{4}$ على :

$$t' = 2\tau\ln 2$$

بالنسبة ل $\frac{E}{8}$

$$t' = 3\tau\ln 2$$

تمرين 3

1 ــ المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :

عند غلق قاطع التيار K ، حسب قانون لإضافية التوترات لدينا :

$$E = u_R(t) + u(t) \Rightarrow E = Ri(t) + \frac{q}{C}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$EC = RC\frac{dq}{dt} + q$$

2 ــ حل المعادلة التفاضلية هو $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

2 ــ 1 شحنة المكثف $q(\infty)$

$$q(t) = A\,exp(-t/\tau) + B$$

$$q(\infty) = B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف $q(\infty) = C.u(\infty)$.

عندما تؤول $t \to \infty$ فإن u(t) تؤول إلى E أي أن $q(\infty) = C.E$ ، وبالتالي فإن $B = CE$

2 ــ 2 الشروط البدئية :

عند اللحظة t=0 لدينا $q(0)=0$ أي أن $q(0)=A+CE=0 \Rightarrow A=-CE$

وبالتالي فتعبير q(t) هو على الشكل التالي :

$$q(t)=C.E\left(1-\boldsymbol{exp}(-t/\tau)\right)$$

تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 ـ عند اللحظة t=0 لدينا :

$q(0)=0$ أي أن $q(0)=C.u(0)=0 \Rightarrow u(0)=0$

بما أنه لدينا مولد مؤمثل للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت $I_0=0,2mA$ فإن

$$u_R(0)=R.i(0)=R.I_0=0,2V$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن

$$u_G(0)=u_C(0)+u_R(0)$$
$$t=0, u_C(0)=0 \Rightarrow u_G(0)=u_R(0)=0,2V$$

2 ـ نوقف الشحن عند اللحظة t=10s

2 ـ 1 حساب الشحنة $q(t_1)$ للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0=\frac{dq}{dt} \Rightarrow dq=I_0dt$$

$$\int_0^{q_1} dq=I_0\int_0^{t_1} dt \Rightarrow q_1=I_0.t_1=2.10^{-3}C$$

2 ـ 2 التوتر $u_C(t)$

$$q_1=C.u_C(t) \Rightarrow u_C(t)=\frac{q_1}{C}=5V$$

2 ـ 3 الطاقة $\xi_e(t)$ المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1)=\frac{1}{2}C.u_C(t_1)^2=5.10^{-3}J$$

3 ـ 1 الطاقة المبددة بمفعول جول في الموصل الأومي :

$$E'=RI_0^2\Delta t=4.10^{-4}J$$

3 ـ 2 مردود المولد r :

$$r=\frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1)+E'}=93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعول جول ضعيف لا يمثل سوى 7%

4 ـ في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيتلف هذا الأخير .

تمرين 6

1 ـ تعبير q_D بدلالة I و t :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I=\frac{dq}{dt} \Rightarrow dq=Idt$$

$$\int_0^{q_D} dq=I\int_0^{t} dt \Rightarrow q_D=I.t$$

2 ـ حساب q_D إذا كانت مدة الشحن 20ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} C$$

3 ـ حساب التوتر U_{DF} :

$$q_D = C.u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0.\Delta t}{C} = 1{,}82V$$

4 ـ المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0.\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C.u_{DF\,max}}{I_0} = 692s$$

تمارين توليفية حول RC

1 ـ استعمال كاميرا رقمية لتتبع تطور إشارة الفولطمتر لأنه لا يمكن تتبع إشارة الفولطمتر بواسطة العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

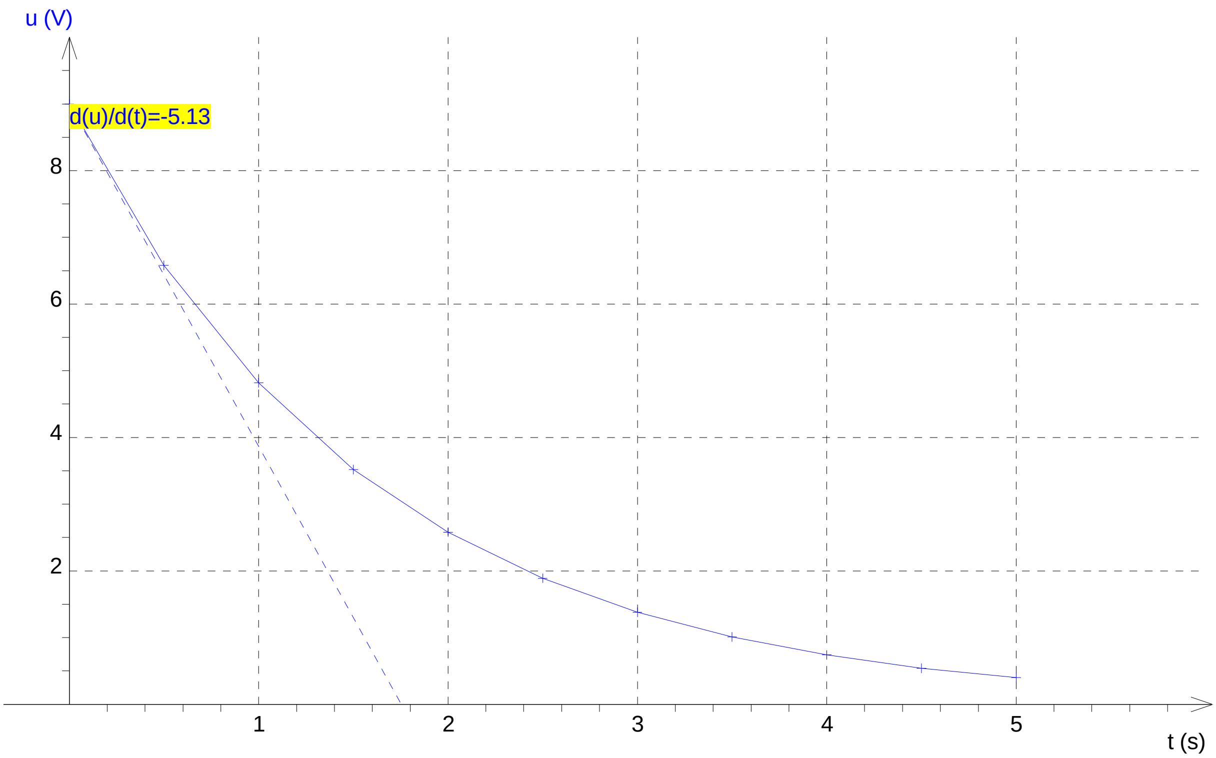
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V.i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V.C\frac{du_C}{dt} = 0$$

3 ـ التمثيل المبياني للتوتر u بدلالة الزمن t :



من خلال المنحنى يتبين أن $\tau = 1{,}8s$

نستنتج R_V :

$$\tau = R_V.C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225k\Omega$$

II ـ 1 العلاقة بين الشدة i(t) والتوتر u بين مربطي المكثف :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

2 ـ العلاقة بين شدة التيار الكهربائي $i_1(t)$ المار في الفولطمتر و التوتر u بين مربطيه :

حسب قانون أوم لدينا : $u=R_V.i_1(t)\Rightarrow i_1(t)=\frac{u}{R_V}$

3 ـ نطبق قانون العقد لدينا :

$$I=i(t)+i_1(t)\Rightarrow I=C.\frac{du}{dt}+\frac{u}{R_V}$$

$$u+R_V.C\frac{du}{dt}=R_V.I$$

4 ـ نضع $E=R_V.I$ و $\tau=R_V.C$ تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u+\tau\frac{du}{dt}=E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u=E\left(1-exp\left(-t/\tau\right)\right)$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E بحيث أن $E=R_V.I$.

5 ـ التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب $E=R_V.I=14,625V$

وهذا لايتوافق مع التمثيل المبياني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .

ثنائي القطب RL

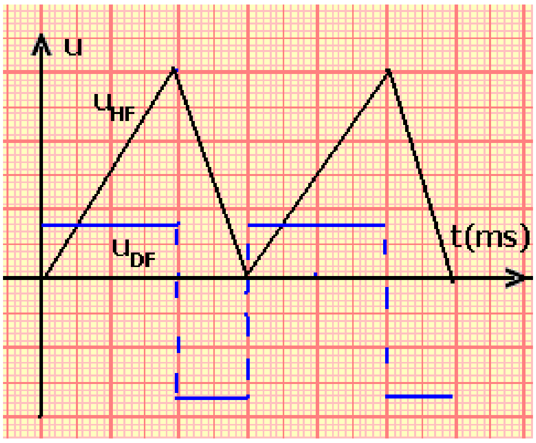
تمرين 1

1 ـ التوترات المعاينة على شاشة راسم التذبذب :

$u_R(t)$ و $u_L(t)$.

2 ـ تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و i(t) :

$$u_{DF}(t)=L.\frac{di}{dt}$$



نستنتج تعبير $u_{DF}(t)$ بدلالة الزمن في المجال [0ms,6ms] :

حسب الشكل وفي المجال [0ms,6ms] i(t) لها معادلتين :

في المجال [0ms,4ms] لدينا $i_1(t)=a_1t$ بحيث أن a_1 المعامل الموجه للجزء من المستقيم المار من أصل النظمة :

$a_1=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0,7}{4.10^{-3}}=175A/s$ وبالتالي فإن $i_1(t)=175t$ أي أن

$u_{DF}(t)=100.10^{-3}.175=17,5V$ في المدخل Y_A و

$$u_R(t)=1750t$$

في المجال [4ms,6ms لدينا $i_2(t)=a_2t+b$

$$a_2=\frac{\Delta i}{\Delta t}=-\frac{0,7}{2.10^{-3}}=-350A/s$$

$$i_2(t)=-350t+b\Rightarrow 0=-350\times 6.10^{-3}+b$$

$$b=2,10A$$

$i_2(t)=-350t+2,10$ أي أن $u_{DF}(t)=-100.10^{-3}.350=-35V$ في المدخل Y_A و

$$u_2(t)=-3500t+21,0$$

تمرين 2

1 ـ قيمة التوتر u_L بين مربطي الوشيعة عندما يمر بها تيار كهربائي شدته i=1,20A :

$u_L = ri + L\frac{di}{dt}$ بما أن شدة التيار ثابتة $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.i = 10,2V$

2 ـ أ قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة t=0 :

نحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في اللحظة t :

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8,5(1,50 - 200t) + 42,2.10^{-3}(-200)$$

$$u_L = 12,75 - 1700t - 8,440 = 4,31 - 1700t$$

$$t = 0 \Rightarrow u_L = 4,31V$$

ب ـ اللحظة التي ينعدم فيها التوتر u_L :

$$u_L = 4,31 - 1700t$$

$$u_L = 0 \Rightarrow t = 2,5ms$$

تمرين 3

1 ـ حساب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم :

النظام الدائم هو عندما تصبح شدة التيار ثابتة أي أن $\frac{di}{dt} = 0$

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $E = R.i + L.\frac{di}{dt} = Ri$ وبالتالي فإن $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = 60mA$

2 ـ في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة :

2 ـ 1 الطاقة المختزنة في الوشيعة في النظام الدائم :

في هذه الحالة ستكون شدة التيار في النظام الدائم هي : $E = (R + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r}$

الطاقة المختزنة في الوشيعة هي :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R + r}\right)^2 = 1,4.10^{-4}J$$

2 ـ 2 لماذا يتألق الصمام :

عند فتح الدارة فالوشيعة تزود الدارة عبر الصمام بالطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة . بما أن الصمام مركب في المنحى المباشر وهو منحى التيار الكهربائي وبالتالي سيتألق هذا الأخير .

أشكال الطاقة التي ستتحول إليها الطاقة المغنطيسية :

ـ طاقة حرارية بمفعول جول في كل من الموصل الأومي والوشيعة .

ـ طاقة ضوئية في الصمام .

تمرين 4

1 ـ تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$

2 ـ ξ_m بدلالة E و r و r′ و L :

$$\xi_m = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r + r'}\right)^2 \boldsymbol{exp}(-2t/\tau)$$

3 ـ حساب ξ_m عند اللحظات :

$t = \frac{\tau}{2}$:

$$\xi_m\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\xi_m\left(\tau\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^2}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$\xi_m\left(5\tau\right)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^{10}}\right)=1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^{10}}\right)\to 0$$

تمرين5

1 ـ اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس مقاومة الموصل الأومي هو الأوممتر .

2 ـ التعبير عن التوتر u_{AM} : $u_{AM}(t)=-u_1(t)=-R.i(t)$

التعبير عن u_{BM} : $u_{BM}(t)=u_2(t)=ri+L\frac{di}{dt}$

التعبير على u_S : $u_S(t)=u_1(t)+u_2(t)=(r-R).i(t)+L\frac{di}{dt}$

3 ـ عند ضبط المقاومة R=r لدينا حسب التعبير السابق : $u_S(t)=L\frac{di}{dt}$

ولدينا التوتر بين مربطي الموصل الأومي R هو : $u_R=-Ri\Rightarrow i=-\frac{1}{R}u_R$

وبالتالي فإن $u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$

4 ـ حسب الشكل وفي المجال [0ms,15ms] لدينا :

$$u_R(t)=at+b\Rightarrow u_R(t)=-9,33t+b$$

$$\frac{du_R}{dt}=-9,33V$$

لدينا كذلك : $u_S(t)=1V$

$$u_S(t)=-\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}\Rightarrow L=\frac{R\times u_s}{\frac{du_R}{dt}}=\frac{8\times 1}{9,33}=0,86H$$

<u>تمارين توليفية حول RL</u>

تمرين 1 مولد لتوترات مربعية .

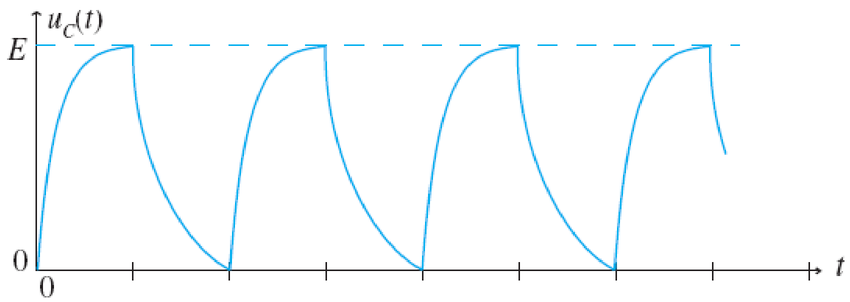
1 ـ في المجال $t\in\left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت وهي رتبة صاعدة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة شحن المكثف .

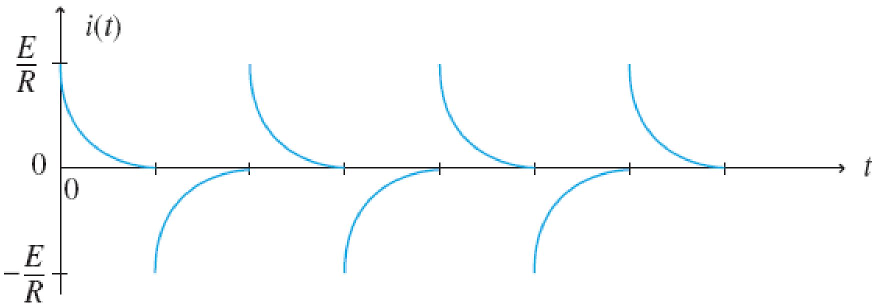
للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq\frac{T}{2}\Rightarrow T\geq 10\tau=10.RC$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{min}=10.R.C\approx 10s$

2 ـ في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة تفريغ المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t\geq 5\tau$ أي أن $5\tau\leq T\Rightarrow T\geq 5\tau=5.RC$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{min}=5.R.C\approx 5s$

3 ـ التمثيل النبياني :





II ـ

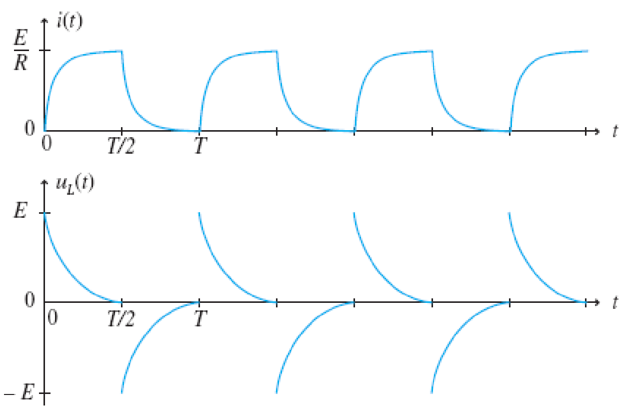
1 ـ في المجال $t \in \left[0;\frac{T}{2}\right[$ ، لدينا $e(t)=E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت للتوتر t>0 وتعتبر كإقامة التيار في الوشيعة والموصل الأومي.

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $5\tau \leq \frac{T}{2} \Rightarrow T \geq 10\tau = 10.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي : $T_{\min} = 10.\frac{L}{R} \approx 0,05s$

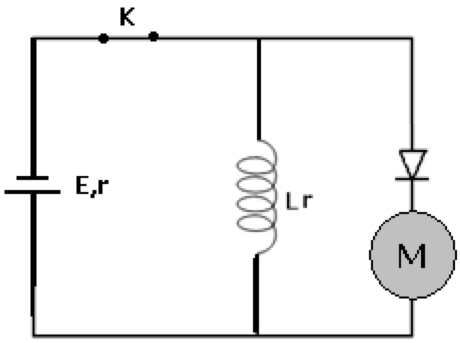
2 ـ في المجال $t \in \left[\frac{T}{2};T\right[$ ، لدينا $e(t)=0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر t>0 وبالتالي سيكون هناك انعدام التيار في الدارة RL .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $5\tau \leq T \Rightarrow T \geq 5\tau = 5.\frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة الدنوية التقريبية للدور T هي :

$T_{\min} = 5.\frac{L}{R} \approx 0,025s$



تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة



1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}\,J$$

2 ـ إذا اعتبرنا أن الطاقة المخزونة في الوشيعة ، عند فتح قاطع التيار ستتحول إلى طاقة ميكانيكية :

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0\left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

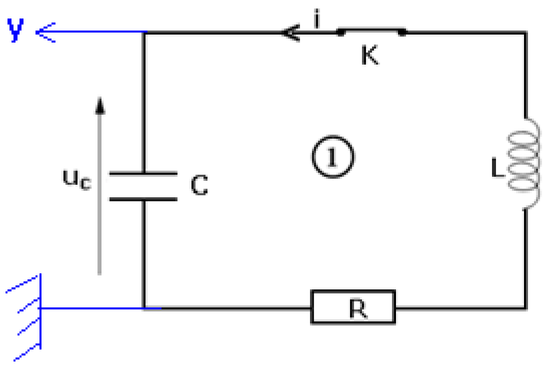
الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}\,J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

تمرين 1



1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$:

أنظر الشكل جانبه

2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :

T=4ms

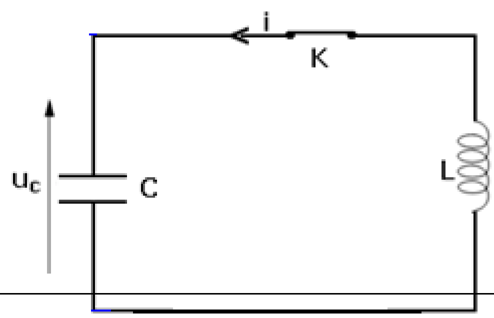
4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

تمرين 2



1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :

أنظر الشكل

2 ـ تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

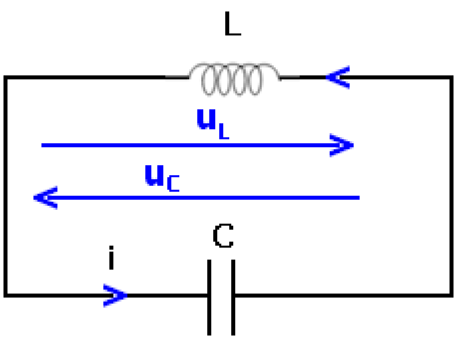
الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من u_C و u_L :



2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$.

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

تمرين 4

1 ــ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ــ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ــ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ــ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ــ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ــ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ــ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير U_m :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \;\; ou \;\; \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد ω

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos(2.10^3\pi t)$$

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t)=C.u_c(t)=1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

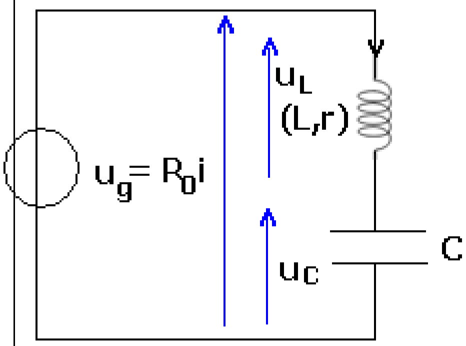
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2L.C$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2.C}=0,1H$$



7 ـ قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}\Rightarrow R_0i=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0\Rightarrow R_0=r\Rightarrow L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

تمرين 5

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

$$u_L+u_C=0\Rightarrow L\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt},\frac{di}{dt}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية ξ_t :

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

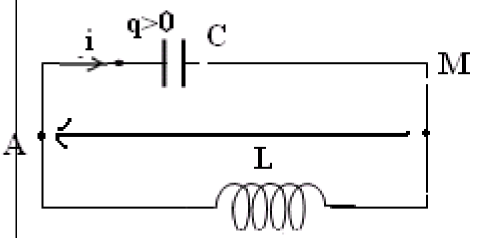
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

تمرين 6

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM}=\frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM}=-L\frac{di}{dt}$



وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

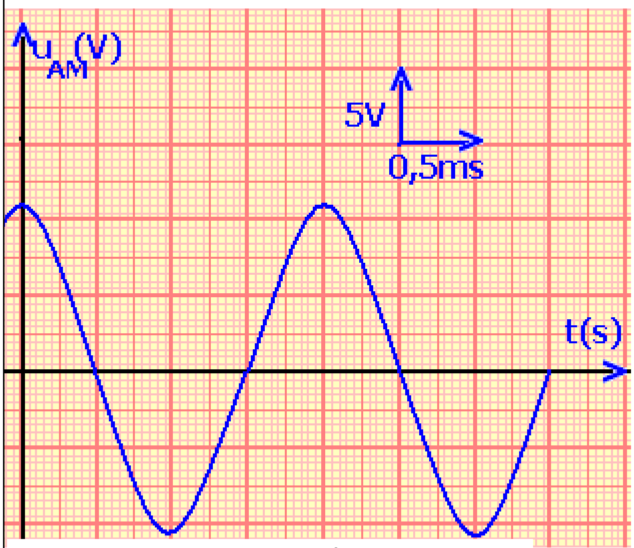
$$\frac{q}{C}=-L\frac{d^2q}{dt^2}\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$

2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

$q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$ في اللحظة t=0 لدينا

$q(t)=Q_0=CU_0=1,2.10^{-6}C$ يعني أن $\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$ إذن

$$q(t)=1,2.10^{-6}\cos(3162t)$$



3 ـ حساب الدور الخاص $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0=2ms$$

تمثيل التوتر u_{AM} . نعلم أن $u_{AM}=\frac{q}{C}=12\cos(3162t)$

4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

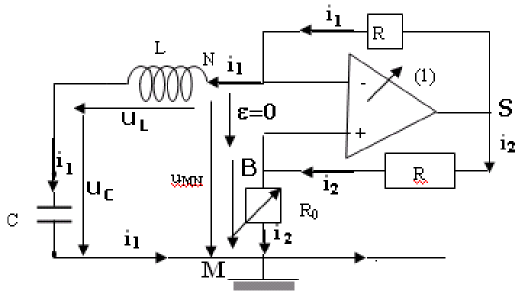
$$u_{MN}=\varepsilon-R_0i_2=-R_0i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS}=u_{NB}+u_{BS}$ أي أن

$$-Ri_1=0-Ri_2$$

وبالتالي $i_1=i_2=i$

أي أن $u_{MN}=-R_0i$



القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافة التوترات بين M و N :

$$u_{MN}=u_L+u_C=-L\frac{di}{dt}-ri-\frac{q}{C}$$

$$-R_0i=-L\frac{di}{dt}-\frac{q}{C}-ri$$

$$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}+(r-R_0)i=0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r-R_0=0\Rightarrow R_0=r=350\Omega$