

الرياضيات	العامة	تصحيح الامتحان الجهوي الموحد للسنة الأولى من سلك البكالوريا شعبة الآداب و العلوم الانسانية دورة يونيو 2009	 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي	
1	المعامل			الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة الرباط سلا زمور زعير نيابة سلا
ساعة و نصف	مدة الانجاز			
1/7	الصفحة			

...

## التحريين الأول

1 - حل في  $IR$  المعادلة :  $x^2 - 5x + 4 = 0$

2 - اختر من بين المجموعات التالية :

$$S2 = ]-\infty; 1[ \cup ]4; +\infty[ ; S3 = ]1; 4[ ; S1 = \{1; 4\}$$

مجموعة حلول المتراجحة :  $x^2 - 5x + 4 < 0$

3 - حل في  $IR^2$  النظمة :  $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

## الـجـواب:

1 - لنحل في  $IR$  المعادلة :  $x^2 - 5x + 4 = 0$

لنحدد مميز المعادلة :  $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 25 - 16$

$$\Delta = 9 > 0$$

إذن للمعادلة حلين مختلفين في  $IR$  هما :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{5 - 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{5 + 3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

و بالتالي :  $S = \{1; 4\}$

2 - لنحل في  $IR$  المتراجحة :  $x^2 - 5x + 4 < 0$

ندرس إشارة  $x^2 - 5x + 4$

من جوابنا على السؤال السابق جذور الحدودية  $x^2 - 5x + 4$  هي : 1 و 4

جدول الإشارة إذن :

$x$	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$x^2 + 4x - 5$	+	○	-	○	+

مجموعة الحلول هي :  $S = ]1; 4[ = S_3$

$$3 - \text{ لنحل في } IR^2 \text{ النظام : } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

نحدد محددة النظام :  $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 \times (-1) - 3 \times 3 = -2 - 9 = -11 \neq 0$

وبالتالي فإن للنظام حل وحيد في  $IR^2$  هو الزوج  $(x, y)$  حيث :

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 7 \times (-1) - 3 \times 5 = -7 - 15 = -22$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 7 \times 3 = 10 - 21 = -11$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-11}{-11} = 1 \quad \text{و} \quad x = \frac{D_x}{D} = \frac{-22}{-11} = 2 \quad \text{إذن :}$$

$$S = \{(2,1)\}$$

## التمرين الثاني

إذا كان طول طريق على خريطة ذات سلم  $\frac{1}{1000}$  هو  $15cm$  فاحسب الطول الحقيقي لهذه الطريق

## الجواب :

السلم هو معامل التناسب بين القياسات الحقيقية لشيء، و القياسات على تصميم أو خريطة لهذا الشيء.

إذا كان طول طريق على خريطة ذات سلم  $\frac{1}{1000}$  هو  $15cm$  فالطول الحقيقي لهذه الطريق هو :

$$\frac{15}{\frac{1}{1000}} = 15000 \text{ cm} = 1,5 \text{ km}$$

## التمرين الثالث

$$I - \text{ لتكن } (U_n)_{n \in IN} \text{ المتتالية المعرفة بما يلي : } \begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n \end{cases}$$

1- احسب :  $U_1$

2- حدد طبيعة المتتالية  $(U_n)$

3- عبر عن  $U_n$  بدلالة  $n$

$$II - \text{ لتكن } (V_n)_{n \in IN} \text{ متتالية حسابية حيث } V_3 = 5 \text{ و } V_4 = 8$$

1- حدد أساس المتتالية  $(V_n)$  و بين أن :  $V_0 = -4$

2- بين أن :  $V_{23} = 65$

3 احسب المجموع :  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{23}$

- I

1 - لنحسب:  $U_1$

$$U_1 = \frac{1}{2}U_0 = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$$

2 - لدينا:  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n$  إذن  $(U_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

3 - لنعبر عن  $V_n$  بدلالة  $n$

أخذ العام لمتتالية هندسية يكتب على شكل:  $U_n = U_p \times q^{(n-p)}$

$p = 0$  هو مدل الخد الأول يعني

$$U_n = U_0 \times q^{(n-0)}$$

$$U_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 4 \times \frac{1}{2^n} = \frac{4}{2^n} = \frac{2^2}{2^n} = \frac{1}{2^{n-2}}$$
 و بالتالي:

$$U_n = \frac{1}{2^{n-2}}$$

- II

1 - لنحدد أساس المتتالية  $(V_n)$  و نبين أن:  $V_0 = -4$

لدينا:  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية و  $V_3 = 5$  و  $V_4 = 8$

إذن:  $V_4 = V_3 + r$  و هذا يعني أن:  $r = V_4 - V_3$

$$r = 8 - 5 = 3$$
 و بالتالي:

نبين أن:  $V_0 = -4$

بمأن  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية أساسها  $r = 3$  فإن:  $V_n = V_0 + n \times r$

$$V_4 = V_0 + 4 \times 3 = V_0 + 12$$
 إذن:

$$V_0 = V_4 - 12 = 8 - 12 = -4$$
 و بالتالي:

$$V_0 = 4$$

2 - لنبين أن:  $V_{23} = 65$

نعلم أن:  $V_n = V_0 + n \times r$

$$V_{23} = V_0 + 23 \times 3 = -4 + 69$$
 و بالتالي:

$$V_{23} = 65$$

3 - لنحسب المجموع :  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{23}$

نلاحظ أن  $S$  هو مجموع حدود متتابعة لمتالية حسابية إذن :  $S = (n - p + 1) \times \frac{V_p + V_n}{2}$

$$S = 24 \times \frac{-4+65}{2} = 24 \times \frac{61}{2} = 12 \times 61 = 732$$

$$S = 732$$

### التمرين الرابع

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء . نسحب بالتتابع و إحلال كرتين من الصندوق.

1 - بين أن عدد السحبات الممكنة هو 64

2 - احسب عدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون

### الـجـواب :

1 - لنحسب عدد السحبات الممكنة

نسحب بالتتابع و إحلال كرتين من صندوق يحتوي على 8 كرات : 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء.

عدد السحبات الممكنة هو :  $8^2 = 64$

2 - لنحسب عدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون

لسحب الكرتين مختلفتي اللون يجب سحب كرة واحدة من بين ثلاث كرات حمراء و من بين خمسة كرات بيضاء. إذن فعدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون هي :

أي :  $3^1 \times 5^1 = 3 \times 5 = 15$

### التمرين الخامس

نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

$(C_f)$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{i}; \vec{j}; 0)$

1 - حدد  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

3 - بين أن :  $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$  لكل  $x$  من  $D$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

4 - ا- احسب :  $f(-\frac{1}{2})$  و  $f(0)$

ب - أنشئ  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{i}; \vec{j}; 0)$

5 - حل ميانيا المتراجحة :  $f(x) \leq 0$

### الإجاب:

1 - لنحدد  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

لدينا :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x - 2 \neq 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 2\}$$

$$D = \mathbb{R} - \{2\} = ]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$$

2 - لدينا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 - 2} = \frac{5}{0^+} = +\infty$

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 - 2} = \frac{5}{0^-} = -\infty$

3 - ا- لدينا :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$

اذن :  $f'(x) = \frac{(2x+1)'(x-2) - (2x+1)(x-2)'}{(x-2)^2}$

$$= \frac{2(x-2) - (2x+1) \times 1}{(x-2)^2} = \frac{2x - 4 - 2x - 1}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2}$$

وبالتالي:  $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول تغيرات الدالة  $f'$

بما أن:  $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$

فإن  $f'(x) < 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$

$x$	$-\infty$			$+\infty$
$f'(x)$	-			-
$f'(x)$	2		$+\infty$	2
	↘			↘
		$-\infty$		

4 - ا- لحساب:  $f(0)$  و  $f(-\frac{1}{2})$

$$f(0) = \frac{2 \times 0 + 1}{0 - 2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1}{-\frac{1}{2} - 2} = \frac{-1 + 1}{-\frac{1}{2} - \frac{4}{2}} = \frac{0}{-\frac{5}{2}} = 0$$

ب- المنحنى  $(C_f)$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

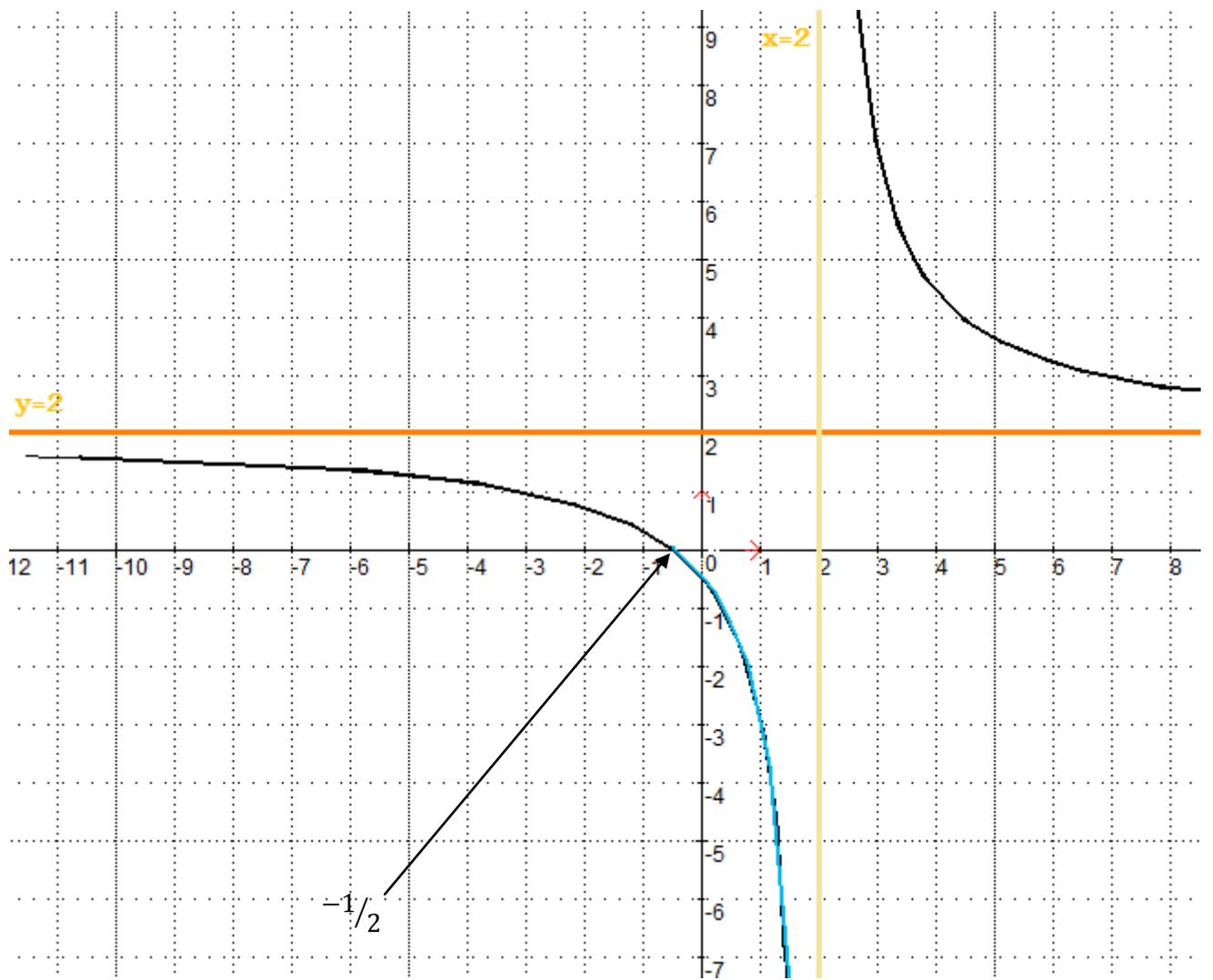
جدول بعض قيم الدالة  $f$

	-1	1	3	4
	$\frac{1}{3}$	-3	7	$\frac{9}{2}$



1 - لنحل مياني المتراجحة:  $f(x) \leq 0$

حلول المتراجحة:  $f(x) \leq 0$  هي أفاصيل نقط المنحنى  $(C_f)$  التي بالنسبة إليها يوجد المنحنى  $(C_f)$  تحت محور الأفاصيل (النقط الملونة باللون الأزرق)



نلاحظ انطلاقاً من المنحنى أن افاصل النقط الملونة بالأزرق كلها أكبر أو تساوي  $\frac{-1}{2}$  و أصغر من 2 أي أنها تنتمي

إلى المجال:  $\left[-\frac{1}{2}; 2\right[$

$$S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right[$$

وبالتالي:

**من إنجاز : ذ فؤاد نفيس**