

الثانية بكالوريا علوم رياضية	الدوال الأسية	الأستاذ : الحيان
التمرين 1 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2(e^x + 1)}{e^x - 1}$ و ليكن (C) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - ب- أحسب نهايات f عند محددات D. - ج- حدد مقاربات (C). - بين أن f دالة فردية. - أحسب $f'(x)$ لكل x من D ؛ واستنتج تغيرات الدالة f. - أنشئ المنحنى (C). - أ- تحقق من أن : $f(x) = -2 + \frac{4e^x}{e^x - 1}$; $\forall x \in D$. - ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0, +\infty[$. - ج- أحسب مساحة السطح المستوي المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفصيل والمستقيمين المحددين بالمعادلتين $x = \ln 2$ و $x = \ln 4$. التمرين 2 : لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x) = (2x-3)e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)} ; & x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ و ليكن (C) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - ب- أحسب نهايات f عند محددات D. - ج - حدد مقاربات (C). - أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة 1 ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. - ب- بين أن : $f'(x) = \frac{2x^2 - 6x + 5}{(x-1)^2} e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)}$; $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$. - ج - أعط جدول تغيرات الدالة f. - أنشئ المنحنى (C). التمرين 3 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{2} \ln e^x - e^{-x} $ و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - أ- أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. - ب- بين أن : - أ- بين أن : $f'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} - 1}$; $\forall x \in D$. - ب- أدرس إشارة $f'(x)$. - ج - أعط جدول تغيرات f.	4. أ- بين أن : $f(x) - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \ln e^{2x} - 1$; $\forall x \in D$. ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. ب- بين أن : $f(x) - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \ln 1 - e^{-2x}$; $\forall x \in D$. واستنتج أن المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 5. أدرس تقعر المنحنى (C). 6. أنشئ (C). التمرين 4 : I لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $g(x) = x + 2 \operatorname{Log}(1-x)$ - ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0, 1[$. - بين أن : $0 < \frac{1}{2x-1} < 1$; $\forall x \in]1, +\infty[$. - استنتج أن : $\frac{1}{2x-1} + 2 \operatorname{Log}\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) < 0$; $\forall x \in]1, +\infty[$. II نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 \operatorname{Log}\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) ; & x > 1 \\ f(x) = x(x-1)^2 e^{2x} ; & x \leq 1 \end{cases}$ - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - ب- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 1. - أ- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^{2x} = 0$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. - ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن وضع : $t = -\frac{1}{2x-1}$) - أ- أحسب $f'(x)$ لكل $x < 1$. - تحقق أن : $f'(x) = (x-1)g\left(\frac{1}{2x-1}\right)$; $\forall x \in]1, +\infty[$. - ب- حدد إشارة $f'(x)$ من أجل $x < 1$ ثم من أجل $x > 1$. - ج- ضع جدول تغيرات الدالة f. - ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نقبل أن المستقيم الذي معادلته : - أ- أعط معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0. - ب- أنشئ المنحنى (C). - ج - بين أن الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $F(x) = \frac{1}{8}(4x^3 - 14x^2 + 18x - 9)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f	4. أ- بين أن : $f(x) - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \ln e^{2x} - 1$; $\forall x \in D$. ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. ب- بين أن : $f(x) - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \ln 1 - e^{-2x}$; $\forall x \in D$. واستنتج أن المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 5. أدرس تقعر المنحنى (C). 6. أنشئ (C). التمرين 4 : I لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $g(x) = x + 2 \operatorname{Log}(1-x)$ - ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0, 1[$. - بين أن : $0 < \frac{1}{2x-1} < 1$; $\forall x \in]1, +\infty[$. - استنتج أن : $\frac{1}{2x-1} + 2 \operatorname{Log}\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) < 0$; $\forall x \in]1, +\infty[$. II نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 \operatorname{Log}\left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) ; & x > 1 \\ f(x) = x(x-1)^2 e^{2x} ; & x \leq 1 \end{cases}$ - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - ب- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 1 ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. - ب- بين أن : $f'(x) = \frac{2x^2 - 6x + 5}{(x-1)^2} e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)}$; $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$. - ج - أعط جدول تغيرات الدالة f. - أنشئ المنحنى (C). التمرين 3 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{2} \ln e^x - e^{-x} $ و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. - أ- حدد D حيز تعريف الدالة f. - أ- أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. - ب- بين أن : - أ- بين أن : $f'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} - 1}$; $\forall x \in D$. - ب- أدرس إشارة $f'(x)$. - ج - أعط جدول تغيرات f.

على المجال $]-\infty, 1]$.

د- أحسب مساحة الحيز المستوي الذي يحده المنحنى (C) .
والمستقيمات المحددة بالمعادلات $x = -1$ و $x = 1$ و $y = 0$.

التمرين 5 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)} & ; x < 1 \\ f(x) = x-1-\frac{\ln x}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين أن الدالة f متصلة في النقطة 1 .

2. أ- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 1 .

ب- بين أن : $\forall x \in]-\infty, 1[; f'(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$.

ج- تحقق أن f تزايدية قطعاً على المجال $]1, +\infty[$.

د- أعط جدول تغيرات الدالة f .

3. أ- تحقق أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y = x-1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ ؛ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $]1, +\infty[$.

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = 0$ وأول النتيجة هندسية .

4. أرسم (C) . (تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب ؛ ونقبل أن (C) يوجد تحت مقاربه على $]-\infty, 1[$)

التمرين 6 :

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = -x + (x-1) \ln(x-1) & ; x > 1 \\ f(x) = x-1-e^{x-1} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن f متصلة في النقطة 1 .

2. أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ وأحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. بين أن : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = -\infty$ وأن : $f'_g(1) = 0$ ،

ثم أعط تأويلاً هندسياً للنتيجتين .

4. أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، وأدرس إشارتها .

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 1]$ و

$[2, +\infty[$ ، وتناقصية على $[1, 2]$.

ج- كون جدول تغيرات الدالة f .

5. أثبت أن (C) يقبل محور الأرتاب كاتجاه مقارب و المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x-1$ كمقارب مائل .

6. أ- بين أنه يوجد عدد α من المجال $]4, 5[$ بحيث : $f(\alpha) = 0$.
(نأخذ : $\ln 2 \approx 0,7$ و $\ln 3 \approx 1,1$)

ب- أنشئ (C) .

7. أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C) ومحور

الأفصائل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x = 2$ و $x = 4$.

التمرين 7 :

يلي : $f(x) = x \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- بين أن f دالة زوجية .

ب- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}_+^* : e^{4x} + 4xe^{2x} - 1 > 0$.

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f .

2. أ- حدد الفروع اللانهائية للمنحنى (C) ؛ محددا الوضع النسبي للمنحنى (C) ومقاربه المائل .

ب- أنشئ (C) .

4. لتكن (u_n) و (v_n) و (w_n) المتتاليات المعرفة بما يلي :

$$\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \int_0^n \frac{x}{e^{2x} + 1} dx ; v_n = \int_0^n \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$$

$$w_n = \int_0^n \frac{x}{2e^{2x}} dx$$

أ- أحسب w_n بدلالة n .

ب- أحسب v_n ؛ بدلالة n . (يمكن وضع $t = e^x$)

ج- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : w_n \leq u_n \leq v_n \leq \frac{\pi}{4}$.

د- بين أن (u_n) متتالية متقاربة .

هـ- نضع a_n مساحة الحيز من المستوى الذي يحده المنحنى (C) و المستقيمات المحددة بالمعادلات : $y = x$ و $x = 0$ و $x = n$ حيث

$$n \in \mathbb{N} . \text{ بين أن : } \frac{1}{4} \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n \leq \frac{\pi}{2}$$

التمرين 8 :

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = xe^{\frac{1}{x}} + 1 & ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .

2. أ- أدرس اتصال f في النقطة 0 .

ب- بين أن f قابلة للاشتقاق على اليسار في النقطة 0 .

3. أدرس تغيرات الدالة f .

4. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

5. أنشئ المنحنى (C) .

التمرين 9 :

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)e^{\frac{1}{x-1}} - x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$$

