

: 1

 لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(x) = \sin(x)E\left(\frac{1}{x}\right) & : x \neq 0 \\ g(0) = 1 & \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^* : \left| g(x) - \frac{\sin(x)}{x} \right| \leq |\sin(x)|$$

.1. بين أن :  
2. استنتج أن  $g$  متصلة في 0.

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x \cos(x) + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)}{x} = 0$$

.1. بين أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

.2. استنتاج أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

.3. استنتاج

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

.بين ، باستعمال التعريف ، أن :

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = xE\left(\frac{4}{x^2 + 2}\right)$$

 1. باستعمال كون الدالة  $E$  تزايدية على  $\mathbb{R}$  ، بين أن :

$$\forall x \in [-1, 1] : |f(x) - f(0)| \leq 2|x|$$

 2. استنتاج أن  $f$  متصلة في 0.

$$\forall x \in [-1, 1] : f(x) = x$$

.3. بين أن :

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^* : \left| f(x) - \frac{1}{2} \right| \leq |x|$$

.1. بين أن :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$$

.2. استنتاج أن :

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{p+1} - (p+1)x + p}{(x-1)^2}$$

.11. أحسب النهايات التالية :

: 1

1. أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} tE(t) \quad \text{و} \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} tE(t)$$

2. استنتاج النهايتين التاليتين :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{E\left(\frac{1}{x}\right) + x}{E\left(\frac{1}{x}\right) - x} \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{E\left(\frac{1}{x}\right) + x}{E\left(\frac{1}{x}\right) - x}$$

: 2

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$$

.1. أدرس اتصال الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = 3$

.2. أدرس اتصال الدالة  $f$  في النقطة  $x_1 = 2$ .

: 3

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$$

 1. ليكن  $n \in \mathbb{Z}$  ، حدد تعبيرا ل  $f$  من أجل

$$x \in [n, n+1], \quad x \in [n-1, n]$$

 2. بين أن  $f$  متصلة في النقطة  $x_0 = n$  حيث  $n \in \mathbb{Z}$ .

 3. أدرس اتصال  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

: 4

1. أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( 1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right)$$

و

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( 1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right)$$

 2. أحسب النهاية التالية حيث  $b \in ]0, +\infty[$  و  $a \in \mathbb{R}$ 

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + a^2} - a}{\sqrt{x^2 + b^2} - b}$$

: 5

 لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\forall x \in [1, +\infty[ : f(x) = x^2 \sin\left(\frac{E(x)}{x^2}\right)$$

.1. بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = +\infty$

.2. بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(x)}{x^2} = 0$

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} & ; \quad x \geq 3 \\ f(x) = x^2 - 9 & ; \quad -3 \leq x < 3 \\ f(x) = \frac{x+1}{x-2} & ; \quad x < -3 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة  $f$  على كل مجال من المجالات التالية ، معللاً جوابك .

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\frac{1}{\cos^2(x)} - 2 \tan(x)}{\cos(2x)}$$

هل  $f$  تقبل تمديداً بالاتصال في  $\frac{\pi}{4}$  .

: 19

لتكن  $f$  دالة عددية تحقق العلاقة التالية :

$$(\exists k > 0) \quad (\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) \quad |f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$$

بين أن الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$  .

: 20

لتكن  $f$  دالة عددية متصلة على المجال  $[a, b]$  حيث :

$$\forall x \in [a, b] : f(x) > 0$$

$$\exists m > 0 / f(x) \geq m \quad \text{أثبت أن :}$$

: 21

لتكن  $f$  دالة عددية متصلة وموحدة على  $\mathbb{R}^+$  حيث  $1 < \mathbb{R}^+$  .

بين أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل على الأقل حلًا في  $\mathbb{R}^+$  .

: 22

لتكن  $f$  دالة معرفة من  $\mathbb{R}^+$  نحو  $\mathbb{R}^+$  بحيث :

$f$  متصلة على  $\mathbb{R}^+$  ✓

$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} : f(x) < x$  ✓

$f(0) = 0$

1. بين أن :

2. بين أن لكل عنصرين  $a$  و  $b$  من المجال  $[0, +\infty)$  ، لدينا :

$$\exists M \in [0, 1] ; \quad \forall x \in [a, b] : f(x) \leq Mx$$

: 23

و  $f(1) = f(0) = 0$  بحيث  $f$  دالة متصلة على  $[0, 1]$

$\forall x \in \mathbb{R}^+ : f(x) \geq 0$

$\forall n \in \mathbb{N}^* ; \quad \exists c \in [0, 1] : f(c) = f\left(c + \frac{1}{n}\right)$  بين أن

3. استنتج :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x - 2} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 5x + 4}{(x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin(x))(1 - \sin^2(x)) \dots (1 - \sin^n(x))}{\cos^{2n}(x)}$$

: 12

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - 1 & ; \quad x \leq 1 \\ f(x) = \frac{a}{x-1} \sin(x^2 - 1) & ; \quad x > 1 \end{cases}$$

أدرس وجود العدد الحقيقي  $a$  الذي من أجله تكون الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$  .

: 13

ليكن  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  ولتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + x - 2}{x - 2}$$

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3. متى تقبل  $f$  تمديداً بالاتصال في 2 ؟

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{E(x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} E\left(\frac{1}{x}\right) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} E\left(\frac{1}{x}\right)$$

: 15

حدد الأعداد الحقيقة  $a$  و  $b$  و  $c$  التي من أجلها تكون الدالة  $f$  متصلة في 1 حيث :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{3x^2 - 2bx + 1}{2x^2 + ax - a - 2} & ; \quad x > 1 \\ f(x) = \frac{-2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 1} & ; \quad x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = \frac{2+c}{3}$$

: 16

أعط تمديداً بالاتصال للدالة  $f$  في  $x_0$  حيث :

$$\cdot x_0 = 1 \quad \text{و} \quad n \in \mathbb{N}^* \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$