

الثانوية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير	فرض محروس رقم 01 الدورة الأولى 2009/2010	ثانوية موسى بن نصیر نيابة الحمیسات
---	---	---------------------------------------

**Durée : 03h**

• **التمرين الأول:** (02 pts)

نعتبر في  $\mathbb{R}^+$  المعادلة :  $(E) : x^{12} = x^{11} + 1$

1)- بين أن المعادلة  $(E)$  تقبل حلًا على الأقل .

2)- هل هذا الحل وحيد؟ على جوابك .

• **التمرين الثاني:** (03 pts)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos\left(\frac{2}{3}x\right) - \sqrt{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos(2x)} & ; x > 0 \\ x^2 + ax + a + \frac{2a+1}{x+1} & ; x \leq 0 \end{cases}$$

حيث  $a$  بارامتر حقيقي .

1)- أ- حدد  $D_f$  .

ب- أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

2)- حدد قيمة البارامتر  $a$  لكي تكون  $f$  متصلة في الصفر .

3)- حدد قيمة البارامتر  $a$  لكي تقبل  $f$  تمديداً بالاتصال في  $x_0 = -1$  .

• **التمرين الثالث:** (04 pts)

• **ملحوظة:** ( الأسئلة الثلاثة 1)- و 2)- و 3)- غير مرتبطة فيما بينها ) .

1)- تكن  $f$  دالة متصلة على قطعة  $[a;b] \subset f([a;b])$  بحيث :

• بين أن المعادلة :  $f(x) = x$  تقبل حلًا على الأقل في  $[a;b]$  .

2)- تكن  $g$  و  $h$  دالتين متصلتين على القطعة  $[0;1]$  بحيث  $g([0;1]) = [0;1]$  و  $h([0;1]) \subset [0;1]$  .

• أثبت أن المعادلة :  $g(x) = h(x)$  تقبل حلًا على الأقل في  $[0;1]$  .

3)- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $E(a) = E(\sqrt{x}) = E(\sqrt[3]{x})$  حيث  $E(x)$  هو الجزء الصحيح للعدد الحقيقي  $a$  .

• التمرين الرابع: (05 pts)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة كما يلي :

$$\text{أ-} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) , \text{ ثم أحسب النهاية } (1)$$

ب- بين أن  $f$  متصلة على كل مجال ضمن  $D_f$ .

ج- هل الدالة  $f$  تقبل تمديدا بالاتصال في  $x_0 = 1$ ? عل جوابك.

$$(2) \text{-} \text{مهما يكن } x \text{ من } D_f , \text{ نضع : } u(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

• أدرس تغيرات الدالة  $u$  على  $D_f$  ، ثم إستنتج تغيرات  $f$  على  $D_f$ .

(3) - تكن  $\varphi$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = [0;1]$ .

أ- بين أن  $\varphi$  قبل دالة عكسية  $\varphi^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  ينبغي تحديده.

ب- أحسب  $\varphi^{-1}(x)$  مهما يكن  $x$  من  $J$ .

• التمرين الخامس: (04 pts)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $[0;\pi]$  كما يلي :

$$(1) \text{-} \text{بين أن } f \text{ قبل دالة عكسية } f^{-1} \text{ و حدد } D_{f^{-1}}$$

$$(2) \text{-} \text{نعتبر الدالة } \varphi \text{ المعرفة كما يلي :}$$

أ- حدد  $D_\varphi$  (مجموعة تعريف الدالة  $\varphi$ ).

$$\text{ب-} \text{بين أن : } \left( \forall x \in \left[ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right] \right); \varphi(x) = 2\pi - 3f^{-1}(x)$$

(يمكنك إستعمال الصيغة المثلثية :  $\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ )

ج- عبر عن  $\varphi^{-1}(x)$  بدلالة  $f^{-1}(x)$  على كل مجال من المجالين  $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$  و  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

• التمرين السادس: (03 pts)

لتكن  $f$  دالة متصلة على  $\mathbb{R}$  بحيث :

$$\text{. (P)}: (\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2), f(x+y) + f(x-y) = 2(f(x) + f(y))$$

أ- أحسب  $f(0)$  ، ثم بين أن  $f$  دالة زوجية.

$$(2) \text{-} \text{ليكن } x \text{ من } \mathbb{R} , \text{ بين أن : } (\forall n \in \mathbb{Z}), f(nx) = n^2 f(x)$$

$$(3) \text{-} \text{نضع (1) } a = f(1) , \text{ بين أن : } (\forall r \in \mathbb{Q}), f(r) = a \cdot r^2$$

4) - إستنتاج تعبير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .