| ذ هدار | 2ب ع ر | فرض محروس4<br>13-01-2011 | الثانوية التأهيلية ابن الياسمين |
|---|---|---|---|

**14,5ن** ***تمرين1***

نعتبر الدالة العددية $f_n$ المعرفة على $IR$ بمايلي : $\boxed{f_n(x)=3x^n e^{-x^2}-1 \;;\; n\in IN^*}$

**A )** نفترض في هذا الجزء أن: $n=1$

1ن 1) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجتين .

1ن **2) أ-**احسب $f_1'(x)$ لكل $x$ من $IR$ .

1ن ب- أنشئ جدول تغيرات الدالة $f_1$ على $IR$.

1ن 3) احسب $f_1''(x)$ لكل $x$ من $IR$ ،ثم ادرس تقعر منحنى الدالة $f_1$.

0,5ن 4) حدد معادلة المماس $(\Delta)$ لمنحنى الدالة $f_1$ في النقطة $A(0,-1)$

1ن 5) ادرس الوضع النسبي للمستقيم $(\Delta)$ ومنحنى الدالة $f_1$

1ن 6) أنشئ منحنى الدالة $f_1$ في معلم متعامد وممنظم .

**B)** **نفترض في كل ما يلي أن** $n\geq 2$.

ليكن $C_n$ منحنى الدالة $f_n$ في معلم متعامد وممنظم

0,5ن 1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ .

1 ن 2) أنشئ جدول تغيرات الدالة $f_n$ على $IR^+$.

0.5ن 3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين $C_n$ و $C_{n+1}$ في $IR^+$.

1ن 4) استنتج أن جميع المنحنيات $C_n$ تمر من نقطتين ثابتتين يجب تحديدهما.

1ن 5) أ- بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلين مختلفين $u_n$ و $v_n$ في $IR^+$ بحيث: $0<u_n<1<v_n$ .

0,5ن ب-احسب النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ .

1ن ج - بين أن : $f_{n+1}(u_n)=u_n-1$ ; $\forall n\in IN^*$ ثم استنتج أن: $\forall n\in IN^*$ ; $f_{n+1}(u_n)\leq 0$

1ن ت- بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة.

و - نعتبر الدالة العددية $g_n$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بمايلي : $g_n(x)=\ln 3+n\ln x-x^2$

0,5ن i . بين أن: $\forall x>0$ : $g_n(x)=0\Leftrightarrow f_n(x)=0$

1 ن ii . استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

---

**5,5ن** ***التمرين الثاني :***

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\ln x-\arctan x$

1,5ن 1) بين أن المعادلة $f(x)=n\pi$ ; $n\in IN$ تقبل حلا وحيدا $x_n$ في المجال $]0;+\infty[$.

0,5ن 2) أ- تحقق من أن : $\forall n\in IN$ ; $e^{n\pi}<x_n$

0,5ن ب- استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$

1,5ن 3) تحقق أن : $\ln\dfrac{x_n}{e^{n\pi}}=\arctan x_n$ ; $\forall n\in IN$ و استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x_n}{e^{n\pi}}=\sqrt{e^{\pi}}$

1,5ن 4) تحقق أن : $\ln\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right)=\arctan x_n-\arctan x_{n+1}-\pi$ ; $\forall n\in IN$ و استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{x_n}{x_{n+1}}\right)$