

فرض محروس رقم 2

الدورة الثانية

المستوى: 2 ب.ع.ر

المادة: الرياضيات

تاريخ الإنجاز: 2010-04-08

مدة الإنجاز: ساعتان

لمزيد من دروس التمارين الامتحانات . . . موقع قلومي

التمرين الأول : (04 نقط)

**سلم
التقييم:**

ليكن \times قانون تركيب داخلي معرف على $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ بما يلي :

$$\forall (a, a') \in \mathbb{Z}^2; \forall (b, b') \in \mathbb{Z}^2; (a, a') \times (b, b') = (ab, a'b')$$

(1) بين أن القانون \times تجميعي و تبادلي .

(2) بين أن القانون \times يقبل عنصرا محايدا ينبغي تحديده .

(3) حدد العناصر القابلة للمماثلة في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

1

1

2

التمرين الثاني : (05 نقط)

(1) نعتبر A مجموعة المصفوفات على الشكل : $\begin{pmatrix} a & a+b \\ b & a \end{pmatrix}$ حيث $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

بين أن $(A, +)$ زمرة تبادلية .

3

(2) بين أن : $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ، يمكنك وضع $t = \frac{1}{x}$.

2

مسألة: (11 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\ln(t)} dt$

(1) أ- بين أن : $D_f =]0; \frac{1}{2}[\cup]1; +\infty[$

0,5

ب- بين أن : f قابلة للاشتقاق على D_f وأن : $\forall x \in D_f; f'(x) = \frac{\ln(x/2)}{\ln(2x)\ln(x)}$.

1,5

(2) أ- بين أن : $\forall x \in D_f; \frac{x}{\ln(2x)} \leq f(x) \leq \frac{x}{\ln(x)}$

0,75

ب- استنتج النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

1

ج- أول مبيانيا هذه النتائج .

0,75

(3) لتكن : $\varphi: \begin{cases}]0; 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow \varphi(t) = 2 - 2t + \ln(t) \end{cases}$ أ- بين أن : $(\exists! \alpha \in]0; \frac{1}{2}[); (\varphi(\alpha) = 0)$

0,75

ب- استنتج أن : $(\forall t \in [\alpha; 1]); (\ln(t) \geq 2(t-1))$

0,5

(4) بين أن : $\left(\forall x \in \left[\alpha; \frac{1}{2} \right]; \left(f(x) \leq \frac{1}{2} \int_x^{2x} \frac{dt}{t-1} \right) \right)$ ، ثم استنتج : $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$

1,5

(5) بين أن : $(\forall t \in [1; +\infty[); (\ln(t) \leq t-1)$ ، ثم استنتج : $\lim_{x \rightarrow (1)^+} f(x)$

1,25

(يمكنك تطبيق مبرهنة التزايديات المنتهية على الدالة "ln" على المجال $]1; t[$) .

(6) أ- ضع جدول تغيرات الدالة f .

1

ب- أنشئ في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المنحنى (C_f) . (نعطي $2 < f(2) < 2,5$) .

1,5