نيابة شيشاوة
ثانوية ابن الهيثم
امنتانوت
ذ.:عمر أهمو

فرض محروس رقم 3

الدورة الثانية

المستوى :2 ب.ع.ر
المادة : الرياضيات
تاريخ الإنجاز:03-05-2010
مدة الإنجاز: ساعتان

لمزيد من دروس التمارين الامتحانات . . . موقع قلمي

سلم التنقيط:

التمرين الأول : (09 نقط)

لكل $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ و $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}^*$ ، نعتبر المصفوفة : $M(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ -(a^2+b^2)y & x+2ay \end{pmatrix}$

في $M_2(\mathbb{R})$. لتكن E المجموعة المعرفة كما يلي : $E=\{M(x,y)/(x,y)\in\mathbb{R}^2\}$

1) أ- بين أن $(E,+)$ زمرة جزئية من $(M_2(\mathbb{R}),+)$. **1,5**

ب- بين أن $(E,\times)$ جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$. **1**

2) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية واحدية . **1,5**

3) أ- بين أن لكل $M(x,y)$ من E بحيث : $M(x,y)\neq M(0,0)$ قابلة للقلب ، ثم حدد $M^{-1}(x,y)$. **1,5**

ب- استنتج أن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي . **0,5**

4) ليكن التطبيق f بحيث : $f:\begin{cases}\mathbb{C}\to E\\ x+iy\mapsto x.M(1,0)+y.M\left(\frac{-a}{b},\frac{1}{b}\right)\end{cases}$

أ- بين أن f تشاكل تقابلي . $f(z)f(z')=f(zz')$ و $\forall z,z'\in\mathbb{C};\ f(z)+f(z')=f(z+z')$ **1,5**

ب- حدد التقابل العكسي f^{-1} . **1,5**

التمرين الثاني : (11 نقطة)

$(M_2(\mathbb{C}),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي ، نعتبر المصفوفات التالية :

$$E=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},J=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},K=\begin{pmatrix}0&i\\i&0\end{pmatrix},L=\begin{pmatrix}i&0\\0&-i\end{pmatrix}$$

نعتبر المجموعة H حيث : $H=\{sE+xJ+yK+zL/(s,x,y,z)\in\mathbb{R}^4\}$

1) بين أن $(H,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي ، محددا بعده و أساسا له . **2,5**

2) بين أن $(H,+,.)$ حلقة غير تبادلية . **1,5**

3) لتكن $M\in H$.

أ- حدد شرط لازم وكاف لكي تقبل M مقلوبا في $M_2(\mathbb{C})$ ، ثم حدد M^{-1} بدلالة المصفوفة المرافقة : **1,5**

$$\overline{M}=sE-xJ-yK-zL$$

ب- استنتج أن H جسم غير تبادلي . **0,5**

4) حل في H المعادلة التالية ذات المجهول M : $M^2+JM+E-L=0$ **1,5**

5) نعتبر في $\mathbb{R}^4$ النظمة (Σ) حيث :

$$(\Sigma):\begin{cases}s-2x-3y-4z=-7\\2s+x+4y-3z=+1\\3s-4x+y+2z=+3\\4s+3x-2y+z=-1\end{cases}$$

أ- بين أن : $(\Sigma)\Leftrightarrow(M\times A=B)$. حيث : $M=sE+xJ+yK+zL$ و $A=E+2J+3K+4L$ و $B=-7E+J+3K-L$ **1,5**

ب- حل في $\mathbb{R}^4$ النظمة (Σ) . **2**