الثانية بكالوريا علوم رياضية	الفرض المحروس رقم 3	الأستاذ : الحيـان	

13 **التمرين 1 :**

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(1+2x)}{x}-1 \quad ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

الجزء الأول :

1 1. بين أن f متصلة على اليمين في 0 ، ثم أن f متصلة على المجال $]0,+\infty[$.

2 2. أ- بين أن : $\forall t\in[0,+\infty[\quad : \quad t-\dfrac{t^2}{2}\leq \ln(1+t)\leq t-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}$.

1 ب- استنتج أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0.

1 3. أحسب $f'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

1 4. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

1,5 ب- بين أن : $\forall t\in]0,+\infty[\quad : \quad \dfrac{t}{t+1}<\ln(1+t)<t$.

بإمكانك استعمال مبرهنة التزايدات المنتهية

1 جـ- حدد جدول تغيرات الدالة f.

1 5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $]0,+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0\in]0,\alpha[\\ u_{n+1}=\ln(1+2u_n) \quad ; \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1 1. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad : \quad 0<u_n<\alpha$.

1 2. بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تزايدية.

0,5 3. أ- استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية متقاربة.

1 ب- بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\alpha$.

3 ن **التمرين الثاني :**

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{2(x^2+1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

2 1. حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث :

$$\forall x\in]1,+\infty[\quad : \quad f(x)=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{(x-1)^2}+\frac{c}{x+1}$$

1 2. حدد دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

4 ن **التمرين 3 :**

2 1. أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

2 2. باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية على الدالة $\ln$ في المجال $[a,a+1]$ ، بين أن:

$$\forall a\in]0,+\infty[\quad : \quad \ln\left(\frac{a+1}{a}\right)>\frac{1}{a+1}$$

لمزيد من دروس التمارين الامتحانات . . . موقع قلمي