

الثانوية بكالوريا علوم رياضية	فرض محروس رقم 04	ثانوية موسى بن نصیر
ذ : عبدالله بن ختير	الدورة الأولى: 2008/2009	نيابة الحميسات

Durée : 03h

• **التمرين الأول:** (03pts)

لزيـد من دروس التمارين الامتحانات . . . موقع قلمي
نعتبر المعادلتـين التفاضـلـيتـين :

$$\cdot (E): y' - 2y = e^{2x} \quad (E_0): y' - 2y = 0$$

1)- حدد العـدـد الـحـقـيقـي λ ، لـكـي تـكـوـنـ الدـاـلـة $x \mapsto \lambda e^{2x}$ حلـاـلـاـ لـلـمـعـادـلـة (E) .

2)- بين أـنـ دـاـلـة f تـكـوـنـ حلـاـلـاـ لـلـمـعـادـلـة (E) إـذـا وـفـقـطـ إـذـا كـانـتـ $g - f$ حلـاـلـاـ لـلـمـعـادـلـة (E_0) .

3)- حلـاـلـيـاـ التـوـالـيـاـ لـلـمـعـادـلـيـن (E_0) و (E) .

• **التمرين الثاني:** (03pts)

لتـكـنـ f دـاـلـةـ مـعـرـفـةـ وـقـابـلـةـ لـلـاشـتـقـاقـ عـلـىـ \mathbb{R} وـتـحـقـقـ ماـ يـلـيـ :

$$\cdot (\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) - f(x) = 2 \int_0^x f(t) dt \quad \text{و} \quad f(0) = f'(0) = 1$$

1)- بين أـنـ f قـابـلـةـ لـلـاشـتـقـاقـ مـرـتـيـنـ عـلـىـ \mathbb{R} .

2)- أـثـبـتـ أـنـ f حلـاـلـاـ لـلـمـعـادـلـةـ التـفـاضـلـيـةـ التـائـيـةـ : $y'' - y' - 2y = 0$.

3)- حلـاـلـةـ التـفـاضـلـيـةـ (F) ، ثمـ إـسـتـنـتـجـ تـعـبـيرـ $f(x)$ بـدـلـالـةـ x لـكـيـ x مـنـ \mathbb{R} .

• **التمرين الثالث:** (02pts)

ليـكـنـ λ عـدـدـاـ حـقـيقـيـاـ مـنـ المـجـالـ $[0; 1]$.

1)- باـسـتـعـمالـ مـكـامـلـةـ بـالـأـجـزـاءـ ، أـحـسـبـ التـكـامـلـ : $I(\lambda) = \int_{\lambda}^1 x \operatorname{ArcTan}\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

2)- أـحـسـبـ النـهـاـيـةـ : $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} I(\lambda)$.

• **التمرين الرابع:** (02pts)

www.besmaths.un.ma . $(\forall t \in \mathbb{R}^+); 0 \leq 1 - \frac{1}{1+t} \leq \sqrt{\frac{t}{1+t}} \leq 1$.

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x \sqrt{\frac{t}{1+t}} dt = 1$ - إستنتج أن : (2)

• التمرين الخامس: (03pts)

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{x} E\left(\frac{x}{\pi}\right) = 1$ - بين أن : (1)

. $N^* = \int_0^{\pi} \sin^2(t) dt$ - أحسب التكامل : (2)

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x \sin^2(t) dt$ - أحسب النهاية : (3) (يمكنك استعمال 1) - و (2)

• التمرين السادس: (03pts)

. $f(t) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}} \right)$ كما يلي : (1) - تكن f الدالة المعرفة على $[1; +\infty]$

. f^{-1} . بين أن f تقابل من I نحو I ، ثم عرف تقابله العكسي .

. $F(x) = \int_{\sqrt{2}}^x \frac{1}{\sqrt{u^2 - 1}} du$ - أحسب التكامل : (2) (حيث x عنصر من المجال $[1; +\infty]$) باستعمال

. $u = f(t)$ متكاملة بتغيير المتغير و ذلك بوضع :

• التمرين السابع: (06pts)

تكن F الدالة المعرفة كما يلي :

. $F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt ; x \neq 0$ و $F(0) = 1$

. تحقق من أن : $D_F = \mathbb{R}$ ، وبين أن F دالة زوجية . (1)

. $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*}) ; \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \leq \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt \leq x$ - بين أن : (2)

. أدرس إتصال و قابلية إشتقاق F على اليمين في الصفر . (3)

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = (\forall t \in [1; +\infty[) ; \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{t}}$ - بين أن : (4)

. ضع جدول تغيرات F ، ثم أرسم المنحني (5) abouzakariya@yahoo.fr