

الجزء الثاني:

1- لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$\forall x \in [1, +\infty[) \quad h(x) = 2 + \tan(f(x+2))$$

a - بين أن:

$$(\forall x \in [1, +\infty[) \quad \frac{2}{x+2} < h(x) < \frac{2}{x}$$

b - استنتج أن:

$$(\forall x \in [1, +\infty[) \quad \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} < h(x) < \frac{2}{x}$$

c - بين أن: $x - \sin x \geq 0$ ($\forall x \geq 0$):

2- نعتبر المتتاليتين العدديتين $(U_n)_{n \geq 1}$ و $(V_n)_{n \geq 1}$

المعرفتين كما يلي:

$$U_n = \sum_{k=1}^n h\left(\frac{n^2}{k}\right) = h\left(\frac{n^2}{1}\right) + h\left(\frac{n^2}{2}\right) + \dots + h\left(\frac{n^2}{n}\right)$$

$$V_n = \text{Arc tan}\left(\sqrt[3]{2+n} - \sin\left(\sqrt[3]{2+n}\right)\right)$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{a - بين أن:}$$

b - بين أن:

$$\left(\frac{n+1}{n}\right) - \left(\frac{2(n+1)(2n+1)}{3n^3}\right) < U_n < \frac{n+1}{n}$$

c - استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

d - بين أن: $0 < V_n \leq \frac{\pi}{2}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

e - استنتج أن المتتالية $(V_n)_{n \geq 1}$ متقاربة

مسألة:

الجزء الأول:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي.

$$f(x) = \text{Arc tan}\left(\sqrt[3]{2-x} - \sin\left(\sqrt[3]{2-x}\right)\right), \quad x \in]-\infty, 2]$$

$$f(x) = \text{Arc tan}\left(x - 2 - \sqrt{x^2 - 4}\right), \quad x \in]2, +\infty[$$

و (C_f) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

1 - a - أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b - استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

c - أدرس اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 2 ثم أول

هندسيا النتيجة المحصل عليها

2 - نضع

$$g(x) = \sqrt[3]{2-x} - \sin\left(\sqrt[3]{2-x}\right) \quad (\forall x \in]-\infty, 2])$$

a - بين أن:

$$\forall x \in]-\infty, 2[) (\exists c_x \in]x, 2[): \frac{3g(x)}{x-2} = -\left(\frac{1 - \cos\left(\sqrt[3]{2-c_x}\right)}{\sqrt[3]{(2-c_x)^2}}\right)$$

b - استنتج $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{x-2}$ ثم أول النتيجة المحصل عليها

هندسيا

3 - a - أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]2, +\infty[$ و

$]-\infty, 2[$

b - ضع جدولا لتغيرات الدالة f

4 - بين أن f تقابل من \mathbb{R} نحو مجال J يجب تحديده

5 - أنشئ في نفس المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المنحنى

(C_f) و $(C_{f^{-1}})$

(نأخذ $\text{Arc tan } 2 \approx 1,1$ و $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$)