ثانوية ابن خلدون التأهيلية

**المادة: الرياضيات**

**ملخص لدرس: الإحصاء**

**درس رقم/4**

الأستاذ: نجيب عثماني

**مستوى الجذع مشترك أدبي**

## I. تعريف للإحصاء:

الإحصاء علم يهتم بجمع و تنظيم ظواهر عديدة قصد إيجاد تناسبات عددية مستقلة عن الصدفة.

**الاصطلاح الإحصائي:**

- الساكنة الإحصائية: هي المجموعة " أو العينة " التي تخضع للدراسة.
- الوحدة الإحصائية: كل عنصر من هذه المجموعة يسمى وحدة إحصائية.
- الميزة الإحصائية: هي الظاهرة المراد دراستها و هي نوعان: كمية أو كيفية.
  - الميزة الإحصائية الكمية هي الميزة المعبر عنها بعدد (الطول – العرض - الوزن.....)
  - الميزة الإحصائية الكيفية هي التي لا يمكن التعبير عنها بعدد ( اللغة – فصيلة الدم .....)

في كل ما يلي نعتبر فقط لميزات الكمية.

- الميزة الكمية نوعان:
  - ← متقطعة معبر عنها بقيم $x_i$ ( محددة)
  - ← متصلة معبر عنها بأصناف ( مجلات) $I_i$ يمكن التعبير عنها بعدد كبير من القيم.

## II. مثال لميزة إحصائية متقطعة:

**مثال1 مع تعاريف:** الكشف التالي يعطينا نقط 20 تلميذ في فرض من الفروض:

$10-8-12-15-8-9-10-10-12-12-15-16-18-8-10-12-10-8-9$

يمكن أن ننظم هذه النقط في جدول إحصائي يضم:

- قيم الميزة و هي مرتبة تصاعديا: $8-9-10-12-15-16-18$ و نرمز اليها ب : $x_1;x_2;x_3;x_4;x_5;x_6;x_7$
- الحصيص الموافق للميزة $x_i$ هو عدد التلاميذ الحاصلين على النقطة $x_i$ و نرمز إليه ب $n_i$ حيث $1\le i\le n$
- مجموعة الأزواج $(x_i,n_i)$ $1\le i\le n$ تسمى متسلسلة إحصائية.

| قيمة الميزة $x_i$ | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 16 | 18 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الحصيص | 4 | 2 | 5 | 4 | 3 | 1 | 1 | 20 |

**ملاحظة 1:** $N=n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7=20$

العدد 20 يسمى الحصيص الإجمالي لهذه المتسلسلة و نرمز إليه ب $N$

- تردد القيمة $x_i$ هو العدد الحقيقي المرموز إليه ب $f_i$ و المعرف ب $f_i=\frac{n_i}{N}$
- النسبة المئوية للقيمة $x_i$ هو العدد المرموز له ب $p_i$ و المعرف ب $p_i=100f_i$ .

**ملاحظة 2:**

- مجموع الحصيصات يساوي الحصيص الإجمالي و تكتب: $\sum_{i=1}^{n} n_i=N$
- مجموع الترددات يساوي 1 و نكتب $\sum_{i=1}^{n} f_i=1$
- مجموع النسب المئوية يساوي 100 و نكتب $\sum_{i=1}^{n} p_i=100$

و منه الجدول التالي:

| قيمة الميزة $x_i$ | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 16 | 18 | **المجموع** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الحصيص $n_i$ | 4 | 2 | 5 | 4 | 3 | 1 | 1 | **20** |
| التردد $f_i$ | 0,2 | 0,1 | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,05 | 0,05 | **1** |
| النسبة المئوية $p_i$ | 20% | 10% | 25% | 20% | 15% | 5% | 5% | **100%** |

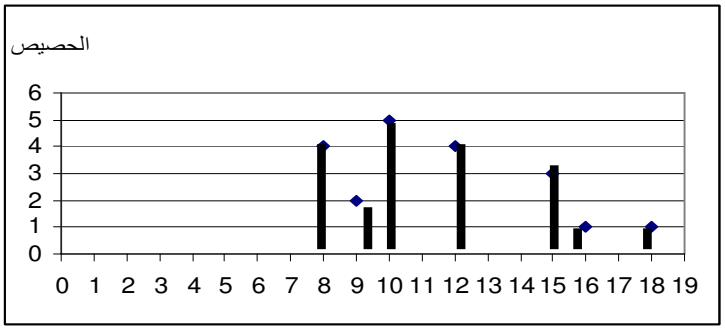
- الحصيص المتراكم:

الحصيص المتراكم للقيمة $x_i$ هو مجموع حصيصات القيم الأصغر أو تساوي $x_i$ و نرمز إليه ب $N_i$

- جدول الحصيصات المتراكمة:

| قيمة الميزة $x_i$ | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 16 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الحصيص $n_i$ | 4 | 2 | 5 | 4 | 3 | 1 | 1 |
| الحصيص المتراكم $N_i$ | 4 | 6 | 11 | 15 | 18 | 19 | 20 |

- التمثيلات المبيانية:




**مثال2**

حصل تلاميذ أحد الأقسام و عددهم 30 في أحد فروض مادة الرياضيات على النقط التالية:

11 – 08 – 10 – 12 – 13 – 11 – 08 – 14 – 09 – 11 – 08 – 12 - 11 – 11–12–11- 08 –10– 13 – 14 – 13 – 12 – 11 – 09 - 12 – 16 – 14 – 10 – 11 – 13 – 12 – 11 – 11.

1. كون جدولا للحصيصات و الحصيصات المتراكمة
2. حدد التردد الموافق للميزة 11
3. حدد النسبة المائوية الموافقة للميزة 11
4. أحسب وسيطات الوضع : أ) المنوال ب) المعدل الحسابي
5. أحسب وسيطات التشتت : أ) الانحراف المتوسط ب) المغايرة ج) الانحراف الطرازى
6. أنشئ مخطط للعصي و المضلع الإحصائي الموافق له.

## III. مثال لميزة إحصائية كمية متصلة:

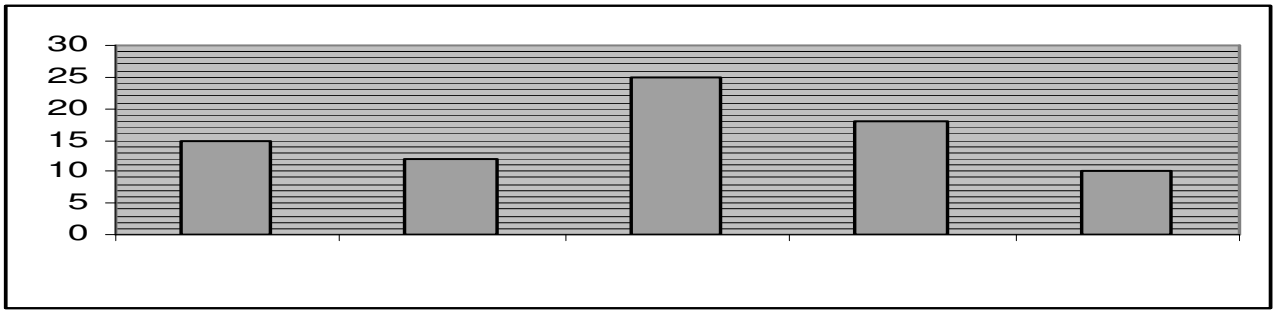
**مثال1 مع تعاريف:**

الجدول التالي يعطينا أطول مجموعة من تلاميذ الجذع المشترك علمي بإحدى المؤسسات التعليمية و عددهم 80:

| الصنف (ب $cm$) | $[140,145[$ | $[145,150[$ | $[150,155[$ | $[155,160[$ | $[160,165[$ |
|---|---|---|---|---|---|
| الحصيص $n_i$ | 15 | 12 | 25 | 18 | 10 |

المجالات: $[140,145[$ , $[145,150[$ ,....., $[160,165[$ لها نفس السعة و تسمى أصناف الميزة.

**التمثيل المبياني: مدراج تمثل الحصيصات.**




**وسيطات الوضع:**

1. كل قيمة للميزة لها أكبر حصيص تسمى منوالا ( في المثال : القيمة 10) و كل صنف له أكبر حصيص يسمى صنفا منواليا ( في **المثال:** الصنف $[150,155[$ ).
2. المعدل الحسابي للمتسلسلة الإحصائية $(x_1,n_1)(x_2,n_2)\cdots\cdots(x_p,n_p)$ حصيصها الإجمالي $N$ هو العدد الحقيقي المرموز إليه ب $m$ أو $\overline{X}$ و المعرف ب : $m=\dfrac{x_1n_1+x_2n_2+\cdots+x_pn_p}{N}$

المعدل الحسابي للمتسلسلة الإحصائية $(I_1,n_1)(I_2,n_2)\cdots(I_p,n_p)$ حصيصها الإجمالي هو $N$

$m=\dfrac{n_1c_1+n_2c_2+\cdots+n_pc_p}{N}$ حيث $c_i$ هو مركز المجال $I_i$.

**وسيطات التشتت:**

لتكن $(x_1,n_1)(x_2,n_2)\cdots\cdots(x_p,n_p)$ متسلسلة إحصائية حصيصها الإجمالي $N$ و معدلها الحسابي $m$.

1. الانحراف المتوسط: $e=\dfrac{n_1|x_1-m|+n_2|x_2-m|+\cdots+n_p|x_p-m|}{N}$
2. المغايرة: $v=\dfrac{n_1(x_1-m)^2+n_2(x_2-m)^2+\cdots+n_p|x_p-m|}{N}$
3. الانحراف الطرازي: $\sigma=\sqrt{v}$

**ملاحظة:**

إذا كانت المتسلسلة الإحصائية معبر عنها بالأصناف $I_1,I_2,\cdots\cdots,I_p$ نعوض $x_i$ ب $c_i$ مركز المجال $I_i$ في التعريفين.

**مثال2:**

يعطينا الجدول التالي النقط التي حصل عليها تلاميذ أحد الأقسام في مادة الرياضيات

| الصنف النقطة | $[0,4[$ | $[4,8[$ | $[8,12[$ | $[12,16[$ | $[16,20[$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 4 | 2 | 1 |

7. حدد التردد الموافق للصنف : $[8,12[$
8. حدد النسبة المئوية الموافقة للصنف : $[8,12[$
9. أحسب وسيطات الوضع : أ) المنوال ب) المعدل الحسابي
10. أحسب وسيطات التشتت : أ) الانحراف المتوسط ب) المغايرة ج) الانحراف الطرازي
11. أنشئ مدراج الحصيصات و المضلع الاحصائى المرافق له