

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منمنظم مباشر $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ ، النقط $A(1, 1, -2)$ و $B(0, 1, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

$$\text{و } C(3, 2, 1) \text{ والفلكة } (S) \text{ التي معادتها: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$$

1- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, 0, 1)$ وأن ساعتها هو $\sqrt{3}$

2- أ- بين أن $\bar{AB} \wedge \bar{AC} = \bar{i} - \bar{k}$ وتحقق من أن $x - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) ساعتها 1

3- ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

$$\begin{aligned} \text{أ- بين أن } & \begin{cases} x = 1+t \\ y = 0 \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in I\mathbb{R}) \quad (\Delta) \text{ تمثيل باراميترى للمستقيم } (\Delta) \\ & 0.25 \end{aligned}$$

ب- بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(2, 0, 0)$

ج- استنتج مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثاني (3 ن)

1- حل في مجموعه الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 12z + 61 = 0$

2- نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد منمنظم مباشر $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث: $a = 6 - 5i$ و $b = 4 - 2i$ و $c = 2 + i$

أ- احسب $\frac{a-c}{b-c}$ واستنتاج أن النقط A و B و C مستقيمية .

ب- نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة \bar{u} حيث لحق \bar{u} هو $1 + 5i$

تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $3 + 6i$

ج- بين أن : $-1 + i$ و $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$ و أن $\frac{3\pi}{4}$ عدة للعدد العقدي i

د- استنتاج قياساً للزاوية الموجهة $(\widehat{CB, CD})$

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على ثمانى بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 وخمس بيدقات تحمل العدد 1 وبيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بين البيدقفات باللمس).

سحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاثة بيدقات من الكيس .

1- ليكن A الحدث : " الحصول على ثلاثة بيدقات تحمل أعداداً مختلفة مثلى مثلي "

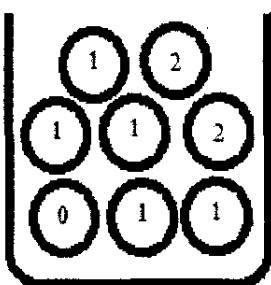
$$\text{بين أن: } P(A) = \frac{5}{28}$$

2- ليكن B الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقفات المسحوبة يساوي 5 "

$$\text{بين أن: } P(B) = \frac{5}{56}$$

3- ليكن C الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقفات المسحوبة يساوي 4 "

$$\text{بين أن: } P(C) = \frac{3}{8}$$



التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ لكل n من \mathbb{N}

(1) تحقق من أن: $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ لكل n من \mathbb{N} 0.25

(2) أ- بين بالترجع أن: $u_n < 12$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

ب- بين أن المتالية (u_n) تزايدية قطعاً 0.5

ج- استنتج أن المتالية (u_n) متقاربةً 0.25

(3) لتكن (v_n) المتالية العددية بحيث: $v_n = u_n - 12$ لكل n من \mathbb{N}

أ- باستعمال السؤال (1) بين أن المتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم اكتب v_n بدالة n 0.75

ب- بين أن: $v_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} ثم احسب نهاية المتالية (u_n) 0.75

التمرين الخامس (8 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty]$ بما يلي: 0.75

(1) بين أن $-x^2$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $[0, 1]$ 0.75
ثم استنتاج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $[0, 1]$

(2) بين أن $-x^2$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $[1, +\infty]$ 0.75
ثم استنتاج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $[1, +\infty]$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0, +\infty]$ بما يلي: 0.75
ولتكن (C) المنحني الممتد للدالة f في معلم متعمد منظم (O, \bar{i}, \bar{j}) (الوحدة 3cm).

(1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول هذه النتيجة هندسياً 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (يمكنك كتابة $\frac{f(x)}{x}$ على الشكل) 1

واستنتاج أن المنحني (C) يقبل فرعاً شلجمياً بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

(2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $[0, +\infty]$ وأول هندسياً النتيجة $f'(1) = 0$ 1.25

ب- استنتاج أن الدالة f تنقصصية على المجال $[0, 1]$ و تزايدية على المجال $[1, +\infty]$ 0.5

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty]$ ثم بين أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty]$ 0.5

(3) أنشئ المنحني (C) في المعلم (O, \bar{i}, \bar{j}) في المعلم (1)

(4) أ- بين أن $u: x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} 0.5

ب- باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$ 1

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحني (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$ 0.25