

nom :.....

Prénom :.....

CNE.....

مباراة ولوج السنة الأولى للمدرسة الوطنية للفلاحة

مكناس

مادة الرياضيات

مدة الانجاز: ساعة واحدة

غشت 2012

أجب بتركيز في الحيز المخصص لذلك

التمرين الأول: (4.5 نقط) $\alpha \in [0, \pi]$ نضع: $a = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ، و نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممثل بمباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) أو

1) A و M و P و Q التي الحاقها على التوالي 1 و a و $a+i$ و $a-1$.
 إذا علمت النقطة M أعط طريقة لإنشاء النقطتين P و Q :
 جواب:

ب) حدد مجموعة النقط P عندما تتغير α على المجال $[0, \pi]$:
 جواب:

2) تكون النقطة S ذات اللوح $1 + a + a^2$.
 أ) أعط طريقة لإنشاء النقطة S :
 جواب:

ب) بين أن النقط O و M و S مستقيمة :
 جواب:

ج) حدد طبيعة المثلث OAM :
 جواب:

3) نعتبر في C المعادلة (E) التالية: $z^2 - 2az + a^2 + 1 = 0$. حل المعادلة (E) ، ثم اكتب الحطين على الشكل المثلثي .
 جواب:

التمرين الثاني (11 نقط)

تعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ و C_f منحناها في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) .

الجزء الأول:

4) ادرس تغيرات الدالة على المجال $[0; +\infty[$.

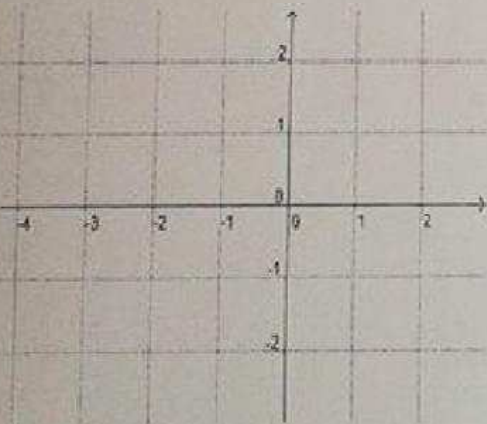
x	0	$+\infty$
$f(x)$		

جواب:

5) بين أن f محدودة على \mathbb{R} وأعط تأويلاً متناسباً .

جواب:

6) انشى C_f .



جواب:

7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

أ) بين أن g قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وأن لكل x من \mathbb{R} : $(g(x))^2 - (g'(x))^2 = 1$.

جواب:

ب) بين أن g تقابل من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} وأن g^{-1} دالة فردية .

جواب:

مثال: g^{-1} قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وان: $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

جواب:
8) حدد المقابل العكسي g^{-1} .

9) $\lambda > 0$. احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المكون من مجموعة النقط $M(x, y)$ بحيث: $\lambda \leq x \leq 2\lambda$ و $0 \leq y \leq f(x)$

ثم حدد $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

جواب:

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = \int_0^1 f(x) dx$ و لكل n من \mathbb{N} $u_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$

10) احسب u_0 و u_1 و درس رقابة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ ثم استنتج أنها متقاربة .

جواب:

11) بين أن لكل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$ واستنتج نهاية $(u_n)_{n \geq 0}$

جواب:

التمرين الثالث: (4.5 نقط)

تتألف الكرات الموجودة بصندوق بيضاء وثلثين سوداء. 50% من الكرات البيضاء تحمل الرقم 1 و 25% من الكرات السوداء تحمل الرقم 1. الكرات لا يمكن التمييز بينها بالنمس، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق.

نعتبر الأحداث: E "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1" N "الكرة المسحوبة سوداء" B "الكرة المسحوبة بيضاء"

12) احسب الاحتمالات التالية: $p(B)$ و $p(N)$ و $p_0(E)$ و $p_N(E)$ و $p(E)$

جواب:

13) احسب احتمال "سحب كرة بيضاء علماً أنها تحمل الرقم 1"

جواب:

14) نسحب بالتتابع و بإحلال 5 كرات من الصندوق. ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل رقم 1.

حدد قانون احتمال X واحسب $E(X)$ و $V(X)$.

جواب: