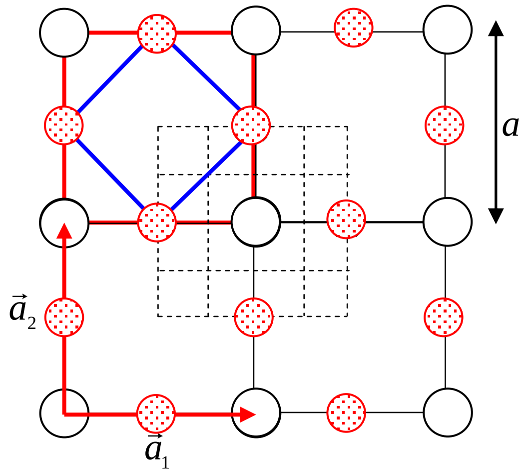
Introduction à la Physique des Matériaux
Correction du devoir 1 : Les réseaux

Exercice 1

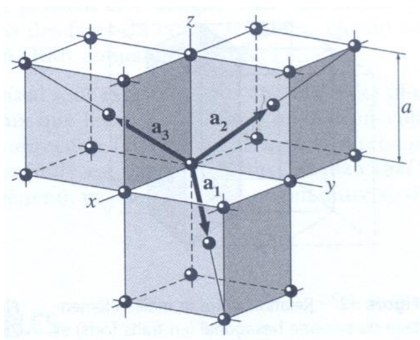


La structure peut être décrite de la manière suivante :
- un réseau de Bravais est carré de paramètre a ;
- les vecteur de translation fondamentaux $\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$ tel que $a_1 = a_2 = a$.
- le motif est $\left(4\times\frac{1}{4}\right)\text{Cu} + \left(4\times\frac{1}{2}\right)\text{O} = \text{CuO}_2$.
- Les positions des atomes dans la maille élémentaire : $\text{Cu}(0,0)$, $\text{O}\left(\frac{1}{2},0\right)$, $\text{O}\left(0,\frac{1}{2}\right)$.
- La maille élémentaire dessinée en pointillé un atome de cuivre au centre et 4 oxygènes aux milieux des arrêtes. Il y a d'autres choix possible comme par exemple un carré avec 4 cuivres aux sommets et 4 oxygènes aux milieux des arrêtes.

Exercice 2

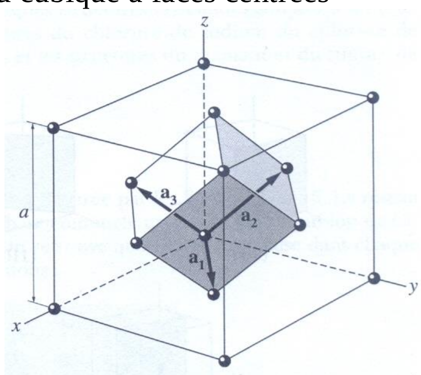
1. Vecteurs de translation fondamentaux

a. Réseau cubique centré



$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}\left(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\right)$$
$$\vec{a}_2 = \frac{a}{2}\left(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\right)$$
$$\vec{a}_3 = \frac{a}{2}\left(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\right)$$

b. Réseau cubique à faces centrées



$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$$
$$\vec{a}_2 = \frac{a}{2}\left(\vec{j}+\vec{k}\right)$$
$$\vec{a}_3 = \frac{a}{2}\left(\vec{i}+\vec{k}\right)$$

2. En utilisant la définition du réseau réciproque

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{V}(\vec{a}_2 \wedge \vec{a}_3) \qquad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{V}(\vec{a}_3 \wedge \vec{a}_1) \qquad \vec{b}_3 = \frac{2\pi}{V}(\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2)$$

ce qui donne

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\left(\vec{i} + \vec{j}\right) \qquad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a}\left(\vec{j} + \vec{k}\right) \qquad \vec{b}_3 = \frac{2\pi}{a}\left(\vec{i} + \vec{k}\right)$$

Les $\vec{b}_i$ sont les vecteurs de translation fondamentaux d'un réseau C.F.C de paramètre $\frac{2\pi}{a}$. On conclue que le réseau réciproque d'un réseau cubique centré est un réseau cubique à faces centrées.

Exercice 3

1. - Vecteurs de translation fondamentaux : $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ($\vec{c}$ est perpendiculaire au plan de la feuille Figure 1).

- Les caractéristiques du réseau sont : $a = b \neq c$ et $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$, $\gamma = \frac{2\pi}{3}$.

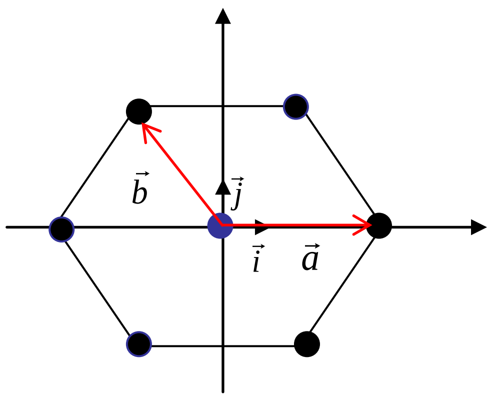


Figure 1

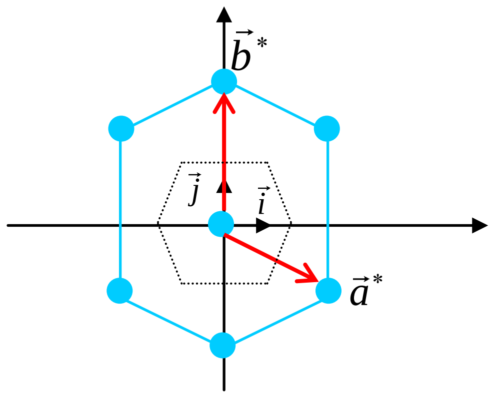


Figure 2

2. Voir T.P 2

3. Réseau réciproque :

$$\vec{a} = a\vec{i} \qquad \vec{a}^* = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{b} = a\left(-\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) \qquad \vec{b}^* = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}\vec{j}$$

$$\vec{c} = c\vec{k} \qquad \vec{c}^* = \frac{2\pi}{c}\vec{k}$$

- Vecteurs de translation fondamentaux : $\vec{a}^*$, $\vec{b}^*$, $\vec{c}^*$ ($\vec{c}^*$ est perpendiculaire au plan de la feuille Figure 2).

- Les caractéristiques du réseau sont : $a^* = b^* = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a} \neq c^*$, $c^* = \frac{2\pi}{c}$ et $\alpha^* = \beta^* = \frac{\pi}{2}$, $\gamma^* = \frac{2\pi}{3}$.

Le réseau réciproque est aussi hexagonal. La partie tracée en pointillé représente la première zone de Brillouin pour le réseau hexagonal plan.

4. Pour que $\frac{c^*}{a^*} = \frac{c}{a}$ il faut que $\frac{c}{a} = \frac{(3)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2}} \approx 0.931$

5. Si $\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}}$ alors $\frac{c^*}{a^*} = \sqrt{\frac{9}{32}}$