

Module 30 – Physique des Matériaux
Evaluation 2 - Correction

Exercice 1 : Conductivité électrique du silicium Si (8 points)

1. La concentration intrinsèque :

$$n_i = 7,72 \times 10^{21} \times 300^{\frac{3}{2}} \times \exp\left(-\frac{1,12 \times 1,60 \times 10^{-19}}{2 \times 1,38062 \times 10^{-23} \times 300}\right) = 1,62 \times 10^{16} \text{ m}^{-3} \quad (1\text{pt})$$

$$\sigma = en_i(\mu_p + \mu_n) \quad (0,5\text{pt})$$

$$\sigma_1 = 1,60 \times 10^{-19} \times 1,62 \times 10^{16} \times (0,15 + 0,05)$$

$$\sigma_1 = 5,18 \times 10^{-4} \text{ S.m}^{-1} \quad (0,5\text{pt})$$

2. Semi-conducteur dopé.

a.

$$N_{Si} = \frac{N(\text{silicium})}{V} = \frac{d \times \rho_{eau} \times N_A}{M_{Si}}$$

$$\frac{N(\text{donneurs})}{N(\text{silicium})} = \frac{1}{5 \times 10^3} = 2 \times 10^{-4}$$

On en déduit que :

$$N_d = 2 \times 10^{-4} \times N_{Si} = \frac{2 \times 10^{-4} \times d \times \rho_{eau} \times N_A}{M_{Si}} \quad (1\text{pt})$$

$$N_d = 1,00 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} \quad (1\text{pt})$$

b. Calcul des concentrations.

$$\frac{n_i}{N_d} = \frac{1,62 \times 10^{16}}{1,00 \times 10^{25}} = 1,62 \times 10^{-9}$$

L'essentiel des porteurs de charge **proviendra des atomes donneurs**. Donc la concentration en électrons.

$$n = N_d$$

$$n = 1,00 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} \quad (1\text{pt})$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = 2,62 \times 10^7 \text{ m}^{-3} \quad (1\text{pt})$$

c. Calcul de σ_2 .

$$\sigma_2 = e(p \times \mu_p + n \times \mu_n)$$

$$p \ll n$$

$$\sigma_2 = e \times n \times \mu_n \quad (0,5\text{pt})$$

$$\sigma_2 = 1,60 \times 10^{-19} \times 1,00 \times 10^{25} \times 0,1500$$

$$\sigma_2 = 2,40 \times 10^5 \text{ S.m}^{-1} \quad (0,5\text{pt})$$

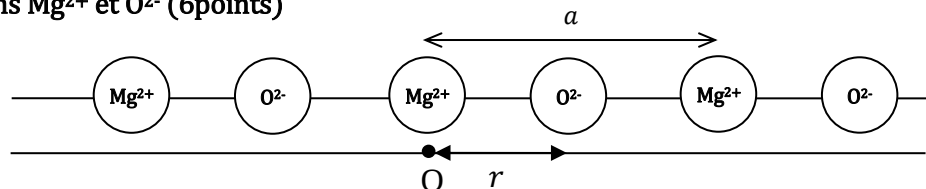
3. Confrontation avec l'expérience.

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{exp}} = 12$$

La valeur mesurée est plus faible que la valeur calculée. L'écart entre les deux peut s'expliquer par le fait que la mobilité diminue avec le dopage à cause de l'augmentation du nombre de collisions des électrons avec les impuretés ionisées (1pt).

Exercice 2 : Energie de cohésion des cristaux ioniques

Partie A : Chaîne linéaire d'ions Mg^{2+} et O^{2-} (6points)



1. L'énergie potentielle de l'ion placé en O :

$$U_0 = q \sum_{p \neq 0} V_p = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{p \neq 0} \frac{(-1)^p}{r_p} = 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \sum_{p=1}^{p=+\infty} \frac{(-1)^p}{p} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$U_0 = -2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \sum_{p=1}^{p=+\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{p} = -2 \ln 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1 \text{ pt})$$

2. L'expression de l'énergie de répulsion U_R :

$$U_R(r) = \frac{2D}{r^n} \quad (0,5 \text{ pt})$$

3. On en déduit l'expression de l'énergie à totale :

$$U_T(r) = 2N \left(\frac{D}{r^n} - \ln 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \quad (0,5 \text{ pt})$$

Soit r_0 la distance à l'équilibre entre proches voisins, alors :

$$\left(\frac{dU_T}{dr} \right)_{r=r_0} = 0$$

Ce qui donne :

$$D = \frac{q^2 r_0^{n-1} \ln 2}{4\pi\epsilon_0 n} \quad (0,5 \text{ pt})$$

On en déduit :

$$U_T(r_0) = -2N \frac{q^2 \ln 2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (1 \text{ pt})$$

4. Pour une mole à l'équilibre :

$$r_0 = \frac{a_{MgO}}{2}, \quad q = 2e$$

$$U_T = -2N_A \frac{(2e)^2 \ln 2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a_{MgO}}{2}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = -16N_A \frac{e^2 \ln 2}{4\pi\epsilon_0 a_{MgO}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = -\frac{4N_A e^2 \ln 2}{\pi\epsilon_0 a_{MgO}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (1 \text{ pt})$$

$$U_T = -\frac{16 \times 6,02 \cdot 10^{23} \times 8,99 \cdot 10^9 \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \times \ln 2}{4,213 \cdot 10^{-10}} \times \frac{6}{7} = -3130 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (1 \text{ pt})$$

Partie B : Cristaux de NaCl et MgO (6points)

1. L'expression de l'énergie :

$$N = N_A, R_0 = \frac{a_{NaCl}}{2}, q = e$$

$$U_{totale}(NaCl) = -\frac{N_A \alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a_{NaCl}}{2}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = -2 \frac{N_A \alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 a_{NaCl}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (1 \text{ pt})$$

2. Le tableau (4 × 0,5 pts) :

$$E_{cohésion} = -U_{totale}$$

n	7	9
$E_{calculée}(NaCl) \text{ (kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	736	764
Ecart relatif avec $E_{exp}(NaCl)$	5,4%	1,8%

3. L'expression de l'énergie :

$$N = N_A, R_0 = \frac{a_{MgO}}{2}, q = 2e$$

$$U_{totale}(MgO) = -\frac{N_A \alpha (2e)^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a_{MgO}}{2}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = -8 \frac{N_A \alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 a_{MgO}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (1 \text{ pt})$$

la valeur de l'énergie de cohésion de MgO :

$$E_{calculée}(MgO) = 3,94 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{3,94 - 3,89}{3,89} = 1,3\% \quad (0,5 \text{ pt})$$

4. Conclusion

Les faibles électronégativités des cations et les fortes électronégativités des anions font que la cohésion des cristaux ioniques peut s'expliquer grâce à des interactions coulombiennes entre des particules ponctuelles chargées. Donc la principale contribution à l'énergie de liaison des cristaux ioniques est d'origine électrostatique; on l'appelle énergie de Madelung (4 × 0,25 pt).