Université Mohammed V Agdal
Faculté des Sciences Rabat
Département de Physique

Année universitaire 2014-2015
Science de la Matière Physique
Semestre 5

Physique des Matériaux I

Série 1 : Les réseaux direct et réciproque

Devoir 1 : Etude de quelques réseaux réciproques

Exercice 4 : Réseau de Bravais de l'indium

1. Réseau direct de l'indium : tétragonal, donc :

$$a = b \neq c \; ; \alpha = \beta = \gamma = 90°$$

Les vecteurs de translation fondamentaux du réseau réciproque sont donnés par :

$$\vec{a}^* = \frac{2\pi}{V}\vec{b} \wedge \vec{c}$$
$$\vec{b}^* = \frac{2\pi}{V}\vec{c} \wedge \vec{a}$$
$$\vec{c}^* = \frac{2\pi}{V}\vec{a} \wedge \vec{b}$$

Avec $V = \vec{a}.(\vec{b} \wedge \vec{c}) = det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$. On choisit une base orthonormée $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ les vecteurs de translation fondamentaux du réseau direct et réciproque s'écrivent :

$\vec{a} = 3{,}25\,\vec{\imath}$ $\quad$ $\vec{a}^* = 1{,}93\,\vec{\imath}$

$\vec{b} = 3{,}25\,\vec{\jmath}$ $\quad$ $\vec{b}^* = 1{,}93\,\vec{\jmath}$

$\vec{c} = 4{,}95\,\vec{k}$ $\quad$ $\vec{c}^* = 1{,}27\,\vec{k}$

Le réseau réciproque de l'indium est caractérisé par :

$$a^* = b^* \neq c^* \; ; \alpha^* = \beta^* = \gamma^* = 90°$$

On conclut que le réseau réciproque est aussi tétragonal.

2. On a :

a. $V = 52{,}3$ Å^3 $\quad$ $V^* = 4{,}73$ Å^{-3}

b. $V \times V^* = 247$ **(sans unité avec 3 chiffres significatifs).**

Ce résultat est en accord avec la formule démontrée en TD $V \times V^* = (2\pi)^3 = 248$ **(avec 3 chiffres significatifs)**

Exercice 5 : Réseau réciproque d'une réseau hexagonal

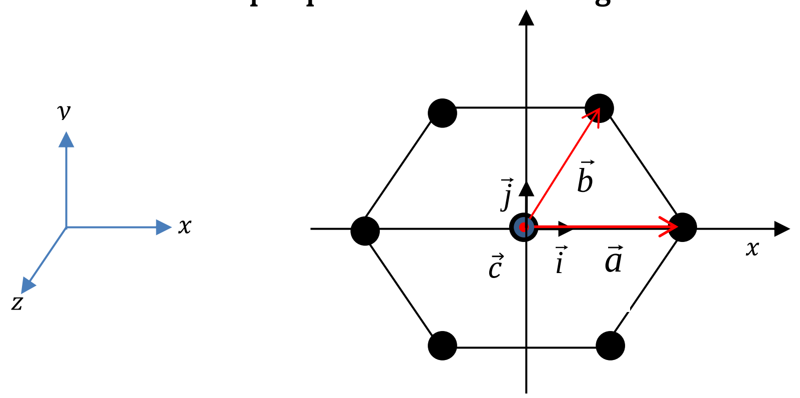


Figure 1

1. D'après la figure donnée dans le texte, les vecteurs de translation du réseau direct s'écrivent dans la base orthonormée $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$:

$$\vec{a} = a\,\vec{\imath}$$
$$\vec{b} = \frac{a}{2}\vec{\imath} + \frac{a\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}$$
$$\vec{c} = c\vec{k}$$

Les vecteurs du réseau réciproque sont donnés par :

$$\vec{a}^* = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right)$$
$$\vec{b}^* = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}\vec{\jmath}$$
$$\vec{c}^* = \frac{2\pi}{c}\vec{k}$$

2. Le réseau réciproque est caractérisé par.

$$\|\vec{a}^*\| = \|\vec{b}^*\| = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}$$
$$\alpha^* = \beta^* = 90° \text{ et } \gamma^* = 120°$$

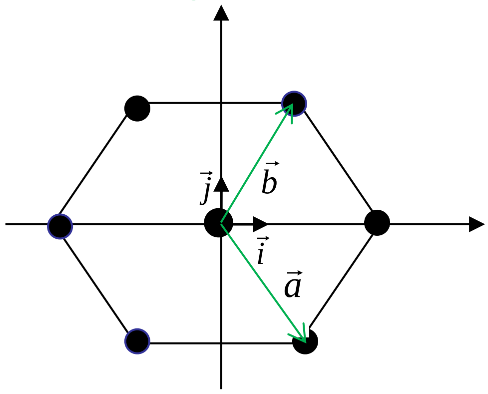
Donc c'est aussi un réseau hexagonal.

3. Pour que $\frac{c^*}{a^*} = \frac{c}{a}$ il faut que $\frac{c}{a} = \frac{(3)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2}} \approx 0.931$

4. Si $\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}}$ alors $\frac{c^*}{a^*} = \sqrt{\frac{9}{32}}$

Remarque

Reprendre les questions **1.** et **2.** dans le cas du réseau de Bravais hexagonal simple défini par les vecteurs de translation fondamentaux de la figure ci-dessous.

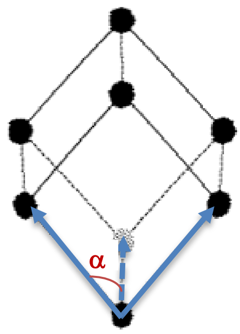


Exercice 6 : Réseau réciproque du Bismuth (Exercice difficile)

Le réseau rhomboédrique est défini par les paramètres :

$$a_1 = a_2 = a_3$$
$$\alpha = \beta = \gamma < 120°, \neq 90°$$

On note a la longueur du côté et α l'angle.



A partir de la définition montrer que le réseau réciproque est aussi trigonal vérifiant :

$$b_1 = b_2 = b_3 = b$$
$$\alpha^* = \beta^* = \gamma^* < 120°, \neq 90°$$

avec :

$$b = \frac{2\pi}{a\sqrt{1 + 2\cos\alpha . \cos\alpha^*}}$$

$$\cos\alpha^* = -\frac{\cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$