Mathématiques I

Épreuve 2012

Question 1 : Un jeu vidéo est constitué de n niveaux successifs.

Lorsque le joueur commence un niveau, ce qui suppose qu'il réussit tous les niveaux précédents, la probabilité qu'il le réussisse est $\frac{2}{3}$ .Le jeu s'arrête dés que le joueur échoue à un niveau. On note X la variable aléatoire égale au nombre de niveau réussis par le joueur. Pour tout entier naturel k de {1,2, ... n}, exprimer la probabilité P(X≥K) en fonction de K.

A) $(\frac{2}{3})^k$ (k-1) B) $(\frac{2}{3})^k$ C) $(\frac{1}{3})^{k+1}$ D) $\frac{2}{3}\,(\frac{1}{3})^k$ E) Autre réponse

Question 2 : On considère le modèle très simple ci-après , qui décrit l'évolution du cours d'une action à la bourse . On suppose que chaque jour de cotation, trois cas seulement sont possibles :

i) *le prix de l'action augmente de 1 dirham*
ii) *le prix reste stable*
iii) *le prix diminue d'un dirham*

De plus la variation journalière du prix ~~est c~~onsidérée comme une variable aléatoire X .D'après ce qui précède, la v .a. X prend les valeurs -1,0, 1 ; les probabilités correspondantes seront notées *q*, *1-q-r* et *r*, respectivement.
La variance V(X) de la v .a X est alors égale à :

A) $(r-q)^2$ B) $(r+q)^2$ C) (r-q) (r+q) D) r^2+q^2+1 E) Autre réponse

Question 3 : le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité :

X	0	1	2
P(X=xi)=pi	0 ,15	0 ,45	0 ,4

Dans cette station-service la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 ; celle qu'il achète du gazole est 0, 3 .Son choix est indépendant des autres clients .On considère l'événement suivant

E : " En cinq minute un client achète de l'essence "

La probabilité P(E) est alors égale :

A) 0, 483 B) 0, 315 C) 0, 25 D) 0, 42 E) Autre réponse

Question 4 : On joue à un jeu ou la probabilité de gagner à une partie est de 5 % .Si le joueur gagne à une partie, il obtient un gain net de 9oo, sinon il perd 100 (le gain du joueur à une partie est donc soit + 900, soit − 100) .Si le joueur joue à 25 parties de ce jeu, alors la variance de son gain moyen est :

A) 1800 B) 1900 C) 2000 D) 2100 E) Autre réponse

Question 5 : On considère un type de composants électroniques dont la durée de vie X, exprimée en heure, est une variable aléatoire de densité de probabilité f, telle que :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{t^2}, & t \geq 10 \\ 0, & Sinon \end{cases}$$

Déterminer le réel m pour lequel : P(X≤m)=P(X>m)

A) m = 15 B) m=20 C) m=$\frac{1}{10}$ D) m = $\frac{2}{5}$ E) Autre réponse

Question 6 : Deux tireurs ouvrent le feu simultanément .La probabilité d'un coup au but du premier tireur est égale à p_1 ; celle du second tireur est égale à p_2 .La probabilité pour qu'un tireur atteigne le but et que l'autre le rate est égale à

A) $(p1+ p2)^2$ B) $(p1 - p2)^2$ C) $|p1 - P2|$ D) $|p1 + p2|$ E) autre réponse

Question 7 : On considère, pour tout n entier naturel, l'intégrale.

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n e^{1-x}}{n!}\, dx$$

Après une intégration par partie donnant une relation de récurrence entre I_n et I_{n+1} , montrer que pour tout n naturel on a :

A) $I_n = e - \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{p!}$ B) $I_n = \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{p!}$ C) $I_n = 1 - \sum_{p=0}^{n} \frac{2}{p!}$ D) $I_n = e - \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{p!}$

E) Autre réponse

Question 8: Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \int_0^x \frac{t-1}{\sqrt{2t+1}}\, dt$

$\lim_{x \to +\infty} F(x) \quad =$

A) $-\infty$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\infty$ E) Autre réponse

Question 9 : La COVECOR est une coopérative de vente par correspondance . Chaque sociétaire est muni d'un indicatif. De plus, pour commander par le réseau internet, il doit posséder un code secret personnel. L'indicatif du sociétaire est formé d'un numéro de 4 chiffres suivi deux lettres, répondant aux conditions suivantes :

-Il peut y avoir répétition des chiffres.
-Il ne peut y avoir répétition de lettres ;
-Le premier chiffre à gauche ne peut être zéro ;
-la lettre ne peut être B.
Alors le nombre d'indicatifs est :

A) $(10^4 - 9^4) \times 25^2$ B) $(10^5 - 9^4) \times 50$ C) $(10^5 - 9^4) \times 25$ $D)$ 2158 E) Autre réponse

Question 10 : On considère la fonction définie par : $f(x) = \ln(e^x - e^{-x})$ au voisinage de $+\infty$, $[f(x) - x]$ est équivalent à :

A) e^{-x} B) -e^{-x} C) e^{-2x} D) -e^{-2x} E) Autre réponse

Question 11 : Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{(x+1)^2}\, dx$$

A) $\frac{-\ln 2}{3} + 2\ln 2 - \ln 3$ B) $\frac{-\ln 2}{3} + \ln 2 - \ln 3$ C) $\frac{-ln2}{3}$ ln 3 D) $\frac{-ln2}{3}$ + ln
E) autre réponse

Question 12 :L'intégrale $\int_0^3 x\sqrt{1+x}\ dx$ est égale à :

A) $\frac{115}{15}$ B) $\frac{116}{15}$ C) $\frac{117}{15}$ D) $\frac{15}{2}$ E) Autre réponse

Question 13 : On considère le tableau de contingence suivant :

Y_j \ X_i	**2**	**4**	**6**	n_i
2	**0**	**1**	**1**	**2**
4	**2**	**3**	**0**	**5**
6	**1**	**1**	**1**	**3**
n_j	**3**	**5**	**2**	**10**

La moyenne conditionnelle de X si $Y = y_2$ est :
A) 3 ,2 B) 4 C) 7 D) 2 E) Autre réponse

Question 14 : Soient A, B et I les trois matrices carrées d'ordre 3 définies par :

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}0&2&3\\0&0&2\\0&0&0\end{pmatrix} \qquad I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Après avoir calculer B^2 et B^3 et exprimé A en fonction de B et I, pour tout entier naturel n, A^n est égale à :

A) $\begin{pmatrix}1&2n&2n+1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}1&2n&2n+1\\0&1&2n\\0&0&1\end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix}1&2n&n(2n+1)\\0&1&2n\\0&0&1\end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix}1&2n&2n+1\\0&n&2\\0&0&1\end{pmatrix}$ E) Autre réponse

Question 15 : Soit f la fonction réelle de la variable réelle x définie par :

$f(x)=\ln\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}}$; on désigne par f' la fonction dérivée de f, alors $f'(x)$ est égale à

A) $\frac{2-x}{x(x^2-x+1)}$ B) $\frac{2+x}{2x\,(x^2-x+1)}$ C) $\frac{2-x}{2x\,(x^2-x+1)}$ D) $\frac{2}{x(x^2-x+1)}$ E) Autre réponse

Question 16 : Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires. On extrait les boules de l'urne au hasard, une à une et sans remise, jusqu'à ce qu'il ne reste dans l'urne que des urnes de la même couleur.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre total de tirages nécessaires .Calculer la probabilité P(X=4) .

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{8}{81}$ D) $\frac{3}{15}$ E) Autre réponse

Question 17 : une personne possède 4 clefs parmi lesquelles une seule ouvre la porte .Elle les essaie au hasard en éliminant celles qui ne marchent pas. On pose X « le nombre d'essais pour ouvrir la porte ».

Alors la variance de X est égale à :

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{4}$ D) 1 E) Autre réponse

Question 18 : Soit A la matrice définie par $\begin{bmatrix}3&1&1\\2&-1&1\\-1&1&-2\end{bmatrix}$, la matrice inverse de A est :

A) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix}-1&3&2\\3&5&-1\\1&-4&-5\end{bmatrix}$ B) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix}1&3&2\\3&-5&-1\\1&-4&-5\end{bmatrix}$ C) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix}1&3&2\\3&-5&-1\\1&4&5\end{bmatrix}$

D) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix}1&-3&-2\\3&-5&-1\\1&-4&-5\end{bmatrix}$ E) Autre réponse

Question 19 : Soient les matrices carrées :

P= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et A telle que $P^{-1}AP = D$

$\forall n \in$ IN*; $A^n \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est égal à :

A) $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix}$

E) Autre réponse

Question 20: soit $(u_n)_{n\in \mathrm{IN}}$ une suite réelle vérifiant $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ 0 \le u_n \le 1\ et\ (1-u_n)u_{n+1} > \frac{1}{4}$,

alors $\lim_{n\to+\infty}(u_n) =$

A) 1 ; B) $\frac{1}{2}$; C) 0 D) $+\infty$ E) Autre Réponse