لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة **التعليم الثانوي التأهيلي** بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين			
مادة التخصص: الرياضيات	دورة شتنبر 2013	الموضوع	الصفحة: 2 على 12

Partie I :

EXERCICE 1

Question1 : on a :

A. la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ est continue en 0.

B. la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=\sin x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ est continue en 0.

C. la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=x+\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ est continue en 0

D. la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ est continue en 0.

Question 2 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=e^{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}-\sqrt{x}}$ on a :

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

B. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=e^{\frac{1}{8}}$

D. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\sqrt{e}$

BOURZIK

Question3: Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{\sqrt{x+1}-1}$ on a :

A. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

B. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$

C. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$

D. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question4 : on a $\lim_{x\to 0}\dfrac{10^x-2^x-5^x+1}{x\tan x}$ est égale à :

A. $\ln 2$
B. $\ln 2.\ln 5$
C. $\dfrac{\ln 2}{\ln 5}$
D. $\ln 10$

Question5 : Soient g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^x(x-1)+x^2$ on a :

A. g est positive sur $]0,+\infty[$
B. g est négative sur $]0,1[$
C. g est strictement croissante sur $]0,+\infty[$
D. l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$

Question6 : Si les quatre fonctions $f_1;f_2;f_3$ *et* f sont définies sur $\mathbb{R}^{+*}$

par : $f_1(x)=\ln x$; $f_2(x)=\sqrt{x^2+1}$; $f_3(x)=\cos x$ *et* $f(x)=f_1\circ f_2\circ f_3(x)$ alors :

A. $f'(x)=\dfrac{-\ln x\sin(\sqrt{\ln^2 x+1})}{\sqrt{1+\ln^2 x}}$

B. $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$

C. $f'(x)=\dfrac{-\sin 2x}{2\left(1+\cos^2 x\right)}$

D. $f'(x)=-\sin\left(\sqrt{(\ln x)^2+1}\right)$

Question7 : l'intégrale $\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}$

A. Diverge
B. converge vers 0
C. converge vers $\dfrac{1}{e}$
D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 8 : Si $F(x)=\frac{1}{x^2}\int_4^x\left(4t^2-2F'(t)\right)dt$ alors $F'(4)$ est égal à :

A. $\frac{32}{9}$

B. $\frac{64}{3}$

C. $\frac{16}{3}$

D. $\frac{64}{9}$

Question9 :Soit la suite (u_n) définie par : $a_1=2$; $a_{n+1}=a_n+2n$ $n\geq 1$. la valeur de a_{100} est :

A. 9900

B. 9902

C. 9904

D. 10100

Question10 : Si $5+15+45+135+......+N=147620$ alors la valeur de N est :

A. 49205

B. 295245

C. 32805

D. 98415

Question11 : Soit la suite (u_n) définie par : pour tout entier naturel n ; $u_n=\frac{(-1)^n}{(-1)^n+\sqrt{n+1}}$ .on a alors :

A. $\forall n\in\mathbb{N}\ |u_n|<1$

B. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$

C. *la suite* (u_n) *est divergente*

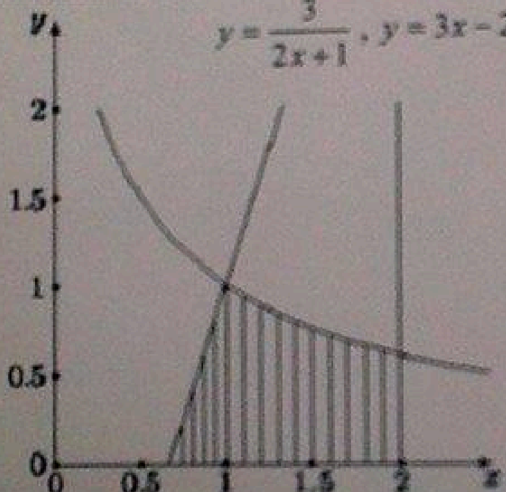
D. *la suite* (u_n) *est monotone*

Question12 : $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\pi^3}{3^\pi}\right)^n$ est égale à :

A. 0
B. 1
C. $\frac{\pi^3}{3^\pi-\pi^3}$
D. $\frac{3^\pi}{\pi^3-3^\pi}$

Question13 : L'aire Δ de la surface comprise entre les courbes d'équations

$y=\frac{3}{2x+1}$, $y=3x-2$; $x=2$ *et* $y=0$ est:



A. $-\frac{7}{6}+\frac{3}{2}\ln 15$
B. $-\frac{1}{6}+3\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
C. $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}+3\ln\left(\frac{5}{3}\right)\right]$
D. $-\frac{5}{2}+3\ln\left(\frac{3}{7}\right)$

EXERCICE 2

Question 14 : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; la formule de Taylor avec reste intégral permet d'écrire :

A. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b]

$$h(b)=\sum_{k=0}^{n-1}(b-a)^k\frac{h^{(k)}(a)}{k!}+\int_a^b\frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!}h^{(n)}(t)dt$$

B. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b],dont la dérivée nième est continue sur [a ;b] :

$$h(b)=\sum_{k=0}^{n-1}(b-a)^k\frac{h^{(k)}(a)}{k!}+\int_a^b\frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!}h^{(n)}(t)dt$$

C. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b]

$$h(b)=\sum_{k=0}^{n-1}(b-a)^k\frac{h^{(k)}(a)}{k!}+\int_a^b\frac{(b-t)^{n}}{n!}h^{(n)}(t)dt$$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 15 : $\forall n \in IN^*$; le Théorème de la moyenne appliqué au reste de l'intégral de la question précédente permet d'écrire :

A. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b]

$$\exists c \in]a,b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

B. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b], dont la dérivée nième est continue sur [a ;b] :

$$\exists c \in]a,b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

C. Pour toute fonction h, n fois dérivable sur un segment [a ;b], dont la dérivée nième est continue sur [a ;b] :

$$\exists c \in]a,b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^n}{n!} h^{(n)}(c)$$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 16 : de la question 10 on peut déduire que

A. $\exists c \in]0,1[\; ; \forall x \in IR; \; e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

B. $\forall x \in IR; \exists c \in]0,1[\; ; \; e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

C. $\forall x \in IR; \; e^x = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!}$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

EXERCICE 3

Soit φ la solution de l'équation différentielle (E) $(1+x)y' = xy$ sur l'intervalle $]-1,+\infty[$ vérifiant $\varphi(0)=1$

Question 17 : φ est définie par

A. $\varphi(x) = \frac{e^x}{1+x}$

B. $\varphi(x) = \frac{e^{2x}}{1+x}$

C. $\varphi(x) = \frac{2e^x}{1+x}$

D. une autre expression

Question 18 : Soit f une solution de (E) développable en série entière au voisinage de 0

$(\forall x \in I)$, $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ou I est un intervalle ouvert contenant 0 , alors :

A. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0=1$ *et* $a_1=0$ *et* $na_n+(n+1)a_{n+1}+a_{n-1}=0$

B. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0=0$ *et* $a_1=1$ *et* $na_n+(n+1)a_{n+1}-a_{n-1}=0$

C. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0=1$ *et* $a_1=0$ *et* $na_n+(n+1)a_{n+1}-a_{n-1}=0$

D. la suite $(a_n)_n$ vérifie une autre relation autre que les trois relations précédentes

Question 19: l'expression de a_n est

A. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n=\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^{n-k}}{k!}$

B. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n=\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^{k}}{k!}$

C. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n=\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{k!}$

D. une autre expression autre que les trois expression précédentes

Question20 : on a :

A. φ est développable en série entière sur un intervalle $]-R,R[$ et $R \geq 1$

B. φ est développable en série entière sur un intervalle $]-R,R[$ et $R \geq 2$

C. φ est développable en série entière sur $\mathbb{R}$

D. φ n'est pas développable en série entière

Partie II

EXERCICE1 :

Question21 : Soit $z=(-1+i)^{11}+(-1-i)^{15}$ on a alors:

A. $z=-96+160i$

B. $z=96-160i$

C. $z=160-96i$

D. $z=-160+96i$

Question22: Soit M_k l'image de Z_k avec $Z_k = e^{\frac{2ik\pi}{n}}$ ou k est un entier naturel et n un entier naturel supérieure 2. on a :

A. $\forall k>0$, $(z_k)^n = 1$ et $\forall k>0$, $\overline{z_k}^n = -1$

B. $z_1 + z_2 + \dots + z_{n-1} = 0$

C. $M_k M_{k+1} = 2\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

D. $M_k M_{k+1} = 2\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Question23 : Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points: A(2 ; 4), B(−2 ; 1) et C(4 ; 3). On note d la distance du point A à la droite (BC). la valeur de d est:

A. $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$

B. $d = \frac{9}{\sqrt{10}}$

C. $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$

D. $d = \frac{5}{\sqrt{10}}$

Question24 : Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère la sphère S d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$ .une équation du plan tangent à S au point A(3,4,3) est :

A. x - z = 0

B. 4x + 6y + 3z - 45 = 0

C. 2x + 2y + z - 17 = 0

D. 4x + 6y + 5z - 51 = 0

Question25 : La valeur de la somme $\frac{1}{81^n} - \frac{10}{81^n} C_{2n}^1 + \frac{10^2}{81^n} C_{2n}^2 - \frac{10^3}{81^n} C_n^3 + \dots + \frac{10^{2n}}{81^n}$ est :

A. 0
B. 1
C. 2
D. $\frac{1}{2}$

Question26 :
Un étudiant se présente à deux concours indépendants C_1 et C_2. Il a une chance sur trois de réussir le concours C_1 et une chance sur trois de réussir le concours C_2. Pour augmenter ses chances de réussite, l'´elève décide de passer les deux concours. La probabilité qu'il réussisse au moins un concours est :

A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{5}{9}$
C. $\frac{2}{9}$
D. $\frac{4}{9}$

Question27 : Le nombre d'entier relatif x qui vérifie $(x^2-x-1)^{x+2}=1$ est :

A. 2
B. 3
C. 4
D. 8

Question28 : Le chiffre des unités du nombre $3^{[illegible]}$ est :

A. 3
B. 9
C. 6
D. 7

Question29: Soient a et b deux entiers premiers entre eux. On a

A. pgcd (a+b , ab) = 2
B. pgcd (a+b , ab) = 1
C. pgcd (a+b , ab) = -1
D. pgcd (a+b , ab) = 3

Question30 : On tire au hasard une boule dans une urne contenant dix boules numérotées de 1 à 10.
On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le numéro de la boule tirée.
la valeur de l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X est :

A. $E(X)=1$
B. $E(X)=\frac{11}{2}$
C. $E(X)=\frac{1}{10}$
D. $E(X)=5$

Question31 : Une urne contient a boule blanche et b boule noire.
On effectue des tirages successifs en remettant à chaque fois la boule tirée.
Soit Ω l'univers correspondant à cette épreuve et X la variable aléatoire égale au rang d'apparition de la première boule blanche. On a alors :

A. $X(\Omega)=\mathbb{N}^*$ *et* $P(X=k)=\left(\frac{b}{a+b}\right)^k\left(\frac{a}{a+b}\right)$ *et* $E(X)=\frac{a}{a+b}$
B. $X(\Omega)=\mathbb{N}^*$ *et* $P(X=k)=\left(\frac{a}{a+b}\right)\left(\frac{b}{a+b}\right)^{k-1}$ *et* $E(X)=\frac{a+b}{a}$
C. $X(\Omega)=\mathbb{N}$ *et* $P(X=k)=\left(\frac{b}{a+b}\right)^k\left(\frac{a}{a+b}\right)$ *et* $E(X)=\frac{b}{a+b}$
D. aucune des réponses précédente n'est juste

Question32 : Si dans un groupe $(G,\bullet)$ on a : $\forall a,b\in G\ \ (a\bullet b)^{-1}=a^{-1}\bullet b^{-1}$ alors :

A. $(G,\bullet)$ est finie
B. $(G,\bullet)$ est cyclique
C. $(G,\bullet)$ est abélien
D. aucune des réponses précédente n'est juste

Question33 : $(G,\bullet)$ un groupe abélien; $H=\{x\in G\,/\,x^2=e\}$ et $K=\{x^2\,/\,x\in G\}$

A. H est un sous groupe mais K n'est pas un sous groupe de $(G,\bullet)$
B. K est un sous groupe H mais n'est pas un sous groupe $(G,\bullet)$
C. H et K sont des sous groupe de $(G,\bullet)$
D. Ni H ni K n'est un sous groupe de $(G,\bullet)$

Question34 : Si pour tout réel θ on pose : $A_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ alors on a :

A. $A_{\theta_1}A_{\theta_2} = A_{\theta_1} + A_{\theta_2}$
B. $A_{\theta_1}A_{\theta_2} = A_{\theta_1} - A_{\theta_2}$
C. $\forall n \in \mathbb{Z}\ ,(A_\theta)^n = A_{n\theta}$
D. $A_\theta = (A_\theta)^{-1}$

EXERCICE2 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ une matrice d'ordre 3 et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question35 : la matrice A vérifie :

A. $A^3 = A^2+2A$
B. $A^3 = -A^2+2A$
C. $A^3 = A+I$
D. $A^3 = A-I$

Question36 : L'ensemble $M_3(IR)$ est :

A. un IR-espace vectoriel de dimension 9
B. un anneau commutatif pour les lois d'addition et de multiplication des matrices
C. un groupe pour la loi de multiplication des matrices
D. un anneau intègre

Question37 : Parmi les assertions suivantes laquelle est vraie :

A. la famille (A,A^2) est libre dans $M_3(IR)$
B. la famille (A,A^2) est génératrice de $M_3(IR)$
C. la famille (A,A^2) n'est ni libre ni génératrice de $M_3(IR)$
D. la famille (I,A,A^2) est liée

Question38 : Sachant que pour tout entier naturel non nul n il existe deux réels a_n et b_n tels que $A^n = a_n A + b_n A^2$; alors on a :

A. $a_1=0$ et $b_1=1$ et $a_{n+1}=2b_n$ et $b_{n+1}=a_n+b_n$
B. $a_1=1$ et $b_1=0$ et $a_{n+1}=2b_n$ et $b_{n+1}=a_n+b_n$
C. $a_1=1$ et $b_1=1$ et $a_{n+1}=a_n+b_n$ et $b_{n+1}=b_n-a_n$
D. aucune des trois propositions précédente n'est juste.

Question39 : La suite (a_n) vérifie :

A. $a_n = \frac{1}{6}.2^n - \frac{2}{3}.(-1)^n$

B. $a_n = \frac{1}{6}.2^n + \frac{2}{3}.(-1)^n$

C. $a_n = \frac{1}{6}.2^n + \frac{2}{3}$

D. a_n a une autre expression autre que les trois expressions précédentes

Question40 : L'expression de A^n en fonction de A et A^2 est :

A. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} - \frac{2}{3}.(-1)^n\right)A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{(-1)^n}{3}\right)A^2$

B. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} + \frac{2}{3}.(-1)^n\right)A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{(-1)^n}{3}\right)A^2$

C. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} + \frac{2}{3}\right)A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{1}{3}\right)A^2$

D. une autre expression autre que les trois expressions précédentes

FIN.