خاص بكتابة الامتحان	مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين - دورة 2015 - الموضوع	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
رقم الامتحان :		
الاسم الشخصي والعائلي : .... تاريخ ومكان الازدياد :		
المعامل : 1	مدة الإنجاز : 4 ساعات	مادة : الرياضيات — المسلك : تأهيلي

خاص بكتابة الامتحان	على المصحح التأكد من أن النقطة النهائية هي على :	المسلك : تأهيلي مادة : الرياضيات
الصفحة : 1 على 14	النقطة النهائية بالأرقام .... وبالحروف .... إسم المصحح وتوقيعه :	رمز الموضوع : 307

A LIRE TRES ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiples

ATTENTION :

- **IL NE VOUS EST DELIVRE QU'UN SEUL QCM**
- **LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISEES**

1. Cette épreuve comporte 40 questions numérotée de 1 à 40.
2. Pour chaque question, on vous propose 4 réponses a, b, c et d dont une et une seule est juste.
3. Barème : un point pour toute réponse juste et zéro point dans le cas contraire.
4. **EXEMPLES DE REPONSES**

Question 1 : 12 + 2 vaut : a. 3 b. 5 c. 14 d. Aucune
Question 2 : le produit $(-1)(-3)$ vaut : a. -3 b. -1 c. 4 d. Aucune

Vous entourez sur le questionnaire la lettre correspondante à la bonne réponse :

1. a b c d
2. a b c d

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Analyse

Q1- Soit f la fonction définie par $f(x)=|x|^{\frac{1}{x-1}}$, on a alors :

a. Le domaine de définition de f est $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

b. f est prolongeable par continuité en 1 avec $f(1)=\frac{1}{e}$

c. f est prolongeable par continuité en 1 et la fonction prolongée est dérivable en 1 de dérivée $-\frac{e}{2}$

d. f est dérivable sur son domaine de définition et $f'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}|x|^{\frac{1}{x-1}-1}$

Q 2- Soit $a\in\mathbb{R}$ et f une fonction définie au voisinage de a. Si on suppose que f est dérivable en a, alors :

a. $\lim\limits_{x\to a}\frac{xf(x)-af(a)}{x-a}=f(a)-f'(a)$

b. $\lim\limits_{x\to a}\frac{xf(x)-af(a)}{x-a}=f(a)-af'(a)$

c. $\lim\limits_{x\to a}\frac{xf(x)-af(a)}{x-a}=f'(a)+f(a)$

d. $\lim\limits_{x\to a}\frac{xf(x)-af(a)}{x-a}=f(a)+af'(a)$

Q3- Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{\arctan(x)}{x}$ si $x\neq 0$ et $f(0)=1$, on a alors :

a. f n'est pas dérivable en 0

b. $f(x)\underset{0}{=}1+o(x)$ et f est dérivable en 0 et $f'(0)=0$

c. $f(x)\underset{0}{=}1+x+o(x^2)$ et f est dérivable en 0 et $f'(0)=1$

d. f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et sa fonction dérivée est $f'(x)=\frac{1}{x(1+x^2)}+\frac{\arctan(x)}{x^2}$

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

Q4- $f(x,y)=x^2+y^2+xy-3x-6y$

a. $(0,3)$ est un point critique de f et est minimum global de f

b. f n'admet pas de point critique

c. $(0,3)$ est un point critique de f et est maximum global de f

d. $(0,3)$ est un point critique de f, mais f n'admet pas d'extrémum

Q5- Pour $x \geq 1$ on pose $f(x)=e-\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ alors on a :

a. $f(x) \underset{+\infty}{\approx} \frac{e}{x}$ et f est intégrable sur $[1,+\infty[$

b. $f(x) \underset{+\infty}{\approx} \frac{e}{2\sqrt{x}}$ et f est non intégrable sur $[1,+\infty[$

c. $f(x) \underset{+\infty}{\approx} \frac{e}{\sqrt{2x}}$ et f est intégrable sur $[1,+\infty[$

d. $f(x) \underset{+\infty}{\approx} \frac{e}{2x}$ et f est non intégrable sur $[1,+\infty[$

Q6- Pour $x \geq 1$, on pose $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{1+\frac{1}{x}}-a-\frac{b}{x}$

sachant que $f(x) \underset{+\infty}{=} (1-a)+\frac{1-b}{x}+o\left(\frac{1}{x^2}\right)$, on a :

a. Si $a=1$ *et* $b \neq 1$ alors f est intégrable sur $[1,+\infty[$

b. Si $a=1$ *et* $b=1$ alors f est non intégrable sur $[1,+\infty[$

c. Si $b=1$ alors f est intégrable sur $[1,+\infty[$

d. Si $a=1$ et $b=1$ alors f est intégrable sur $[1,+\infty[$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Q7- On pose pour tout entier $n \geq 2$ $u_n = \left(\dfrac{\ln(1+n)}{\ln(n)}\right)^n$

a. La suite $(u_n)_{n\geq 2}$ est majorée par 1

b. La suite $(u_n)_{n\geq 2}$ est convergente de limite 1

c. La série de terme général u_n est convergente

d. La série de terme général $u_n - 1$ est convergente

Q8- Pour tout entier n supérieur ou égal à 2 on pose $u_n = \dfrac{n(n-1)x^n}{n!}$ avec $x \in \mathbb{R}$

a. Pour tout x de $\mathbb{R}$, la série de terme général u_n est convergente et a pour somme $x^2 e^x$

b. La série de terme général u_n est convergente si et seulement si $|x| < 1$

c. La série de terme général u_n est divergente si et seulement si $|x| > 1$

d. Pour tout x de $\mathbb{R}^*$, la série de terme général u_n est convergente si et seulement si $|x| = 1$

Q9- On considère la suite de fonctions $(f_n)_n$ définies sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+n^2x^2}$

a. La suite de fonctions $(f_n)_n$ converge uniformément vers la fonction nulle sur $\mathbb{R}$

b. La suite de fonctions $(f_n)_n$ converge uniformément vers la fonction nulle sur $]0,+\infty[$

c. La suite de fonctions $(f_n)_n$ converge uniformément vers la fonction nulle sur $[a,+\infty[$ pour tout réel $a > 0$

d. La suite de fonctions $(f_n)_n$ converge uniformément sur un voisinage de 0

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Q10- Soit $\sum_{n\geq 1} a_n$ une série à termes positifs convergente, alors :

a. $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{a_n+1}$ et $\sum_{n\geq 1}\frac{a_n}{a_n+1}$ sont convergentes

b. $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{a_n+1}$ et $\sum_{n\geq 1}\frac{a_n}{a_n+1}$ sont divergentes

c. $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{a_n+1}$ est divergente et $\sum_{n\geq 1}\frac{a_n}{a_n+1}$ est convergente

d. $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{a_n+1}$ est convergente et $\sum_{n\geq 1}\frac{a_n}{a_n+1}$ est divergente

Q11- Soit la série $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, alors :

a. Elle est convergente et de somme $\frac{2}{3}$

b. Elle est divergente

c. Elle est convergente et de somme $\frac{1}{3}$

d. Elle est convergente et de somme 1

Q12- On considère les deux fonctions : $f(x)=\ln(1+x^2)+x+2$ et $g(x)=ch(x)+sh(x)$. Le réel a tel que : $(f^{-1})'(2)=g(a)$ est :

a. $a=-1$

b. $a=0$

c. $a=1$

d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين			
مادة التخصص : الرياضيات	دورة 2015	الموضوع	الصفحة : 6 على 14

Q13- La dérivée seconde en 0 de la fonction f définie implicitement par l'égalité : $e^{\cos(f(x))}+xf(x)-1=0$ et vérifiant $f(0)=\dfrac{\pi}{2}$, est :

a. $\dfrac{4\pi+\pi^2}{4}$

b. $4\pi+\pi^2$

c. $2\pi+2\pi^2$

d. $\dfrac{4\pi+\pi^2}{8}$

Q14- On considère la suite réelle $(x_n)_n$ définie par : $x_n=\tan\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{1}{n}\right)$; alors :

a. $(x_n)_n$ est convergente et $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(x_n-\sqrt{3}\right)=4$

b. $(x_n)_n$ est une suite non bornée

c. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\sqrt{3}$ mais $\left(n\left(x_n-\sqrt{3}\right)\right)_n$ est une suite divergente

d. $(x_n)_n$ est convergente et $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(x_n-\sqrt{3}\right)=3$

Q15- Soit l'intégrale $I=\int_0^1 \dfrac{x\ln x}{(x^2+1)^2}dx$, on a :

a. I est divergente

b. $I=-\dfrac{\ln 2}{4}$

c. $I=-\dfrac{\ln 2}{2}$

d. $I=\dfrac{\ln 2}{4}$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Q16- Soit $l = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\left(1+\sin x^2\right)-x^2}{(\arcsin x)^2 - x^2}$; on peut affirmer que :

a. $l = 3$

b. $l = -\dfrac{3}{2}$

c. $l = 1$

d. $l = -\dfrac{2}{3}$

Q17- Soit $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ une fonction de classe C^1 avec $f(0) = 0$.
Laquelle des inégalités est vraie ?

a. $\int_0^1 [f(t)]^2\,dt \le \frac{1}{4}\int_0^1 \left[f'(t)\right]^2 dt$

b. $\int_0^1 [f(t)]^2\,dt \le \frac{1}{3}\int_0^1 \left[f'(t)\right]^2 dt$

c. $\int_0^1 [f(t)]^2\,dt \le \frac{1}{2}\int_0^1 \left[f'(t)\right]^2 dt$

d. $\int_0^1 [f(t)]^2\,dt \ge \int_0^1 \left[f'(t)\right]^2 dt$

Q18- Soit f la fonction définie par $f(x,y) = \dfrac{1-\cos(x^2-y^2)}{x-y}$, alors :

a. f est définie sur le demi plan : $x \ge 0$ et $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$

b. f est définie sur le demi plan : $y \ge 0$ et $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 1$

c. f est définie sur le demi plan : $x > y$ et $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$

d. f est définie sur le demi plan : $x < y$ et $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 1$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين			
مادة التخصص : الرياضيات	دورة 2015	الموضوع	الصفحة : 8 على 14

Q19- Soit $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ une fonction dérivable. On considère la fonction $g:[0,1]\to\mathbb{R}$ définie par

$$g(x)=\begin{cases} f(2x) & \text{si } 0\le x\le \frac{1}{2} \\ f(2x-1) & \text{si } \frac{1}{2}<x\le 1 \end{cases}$$; alors on peut affirmer que :

a. g est dérivable si et seulement si $f(0)=f(1)$ et $f'(0)=f'(1)$

b. g est dérivable si et seulement si $f(0)=f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(0)=f'\left(\frac{1}{2}\right)$

c. g est dérivable si et seulement si $f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)$ et $f'\left(\frac{1}{2}\right)=f'(1)$

d. g est dérivable si et seulement si $f'(0)=f'(1)$.

Q20- Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ une fonction telle que $f(x)=x-x^3+o(x^3)$. Alors $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{f(x)}-e^x}{2x-\sin(f(2x))}$ est égale à:

a. $\frac{-3}{20}$

b. $\frac{-3}{22}$

c. $\frac{-3}{26}$

d. $\frac{-3}{28}$

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Nombres complexes et géométrie

Q21- Soit $z \in \mathbb{C}$ de module 1; alors on a :

a. $|1+z| \geq 1$ ou $|1+z^2| \geq 1$

b. $|1+z| \geq 1$ et $|1+z^2| \geq 1$

c. $|1+z| \leq 1$ et $|1+z^2| \geq 1$

d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q22- Dans le plan complexe, on considère les points O, A et B d'affixes respectives $0, 3$ *et* $4i$.

Soit la fonction φ de la variable complexe z définie pour $z \neq 4i$ par $\varphi(z) = \dfrac{z-3}{z-4i}$.

On note (C) l'ensemble des points d'affixe z tel que $\varphi(z)$ soit un imaginaire pur non nul.

Soit M un point quelconque de l'ensemble (C)

a. Les droites (AM) et (BM) sont parallèles

b. Les droites (AM) et (BM) sont perpendiculaires

c. Il existe un point M de (C) distinct de O tel qu'en ce point les droites (OM) et (AB) soient perpendiculaires

d. Il existe un point M de (C) distinct de O tel que $OAMB$ soit un carré

Q23- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ soit le point A d'affixe i. On considère la fonction T qui associe à tout point M, différent de A et d'affixe z, le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \dfrac{i}{2(z-i)}$.

Alors l'image par T du cercle (C) de centre A est de rayon 1 est :

a. Le cercle de centre O et de rayon $\frac{1}{2}$

b. Le cercle de centre A et de rayon 2

c. Le cercle de centre A et de rayon $\frac{1}{2}$

d. Le cercle de centre A et de rayon 1

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين			
مادة التخصص : الرياضيات	دورة 2015	الموضوع	الصفحة : 10 على 14

Q24- L'espace est rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les deux plans P_1 et P_2 d'équations respectives $2x+y-3z+1=0$ et $x-y+2=0$
L'équation du plan passant par le point O et contenant la droite d'intersection des deux plans P_1 et P_2 est :

a. $x+y-2z=0$
b. $x+y=0$
c. $2x+y-3z=0$
d. $x+y+z+3=0$

Q25- Soit f une application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(z)=z+j^2\bar{z}$ où $j=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ On a :

a. $|f(z)|^2-2|z|^2=2jz^2$
b. $|f(z)|^2-2|z|^2=2\mathrm{Re}(jz^2)$
c. $|f(z)|^2-2|z|^2=2\mathrm{Im}(jz^2)$
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q26- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.
L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z+1}{z-1}$ est un nombre réel, est :

a. Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point d'affixe 1
b. L'axe des imaginaires purs privé du point d'affixe 1.
c. L'axe des réels privé du point d'affixe 1.
d. La droite d'équation $y=x$

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Structure et Algèbre linéaire

Q27- Soient G et G' deux groupes additifs et $f : G \to G'$ un morphisme de groupes.
Si H est un sous-groupe de G ; alors :

a. $f^{-1}(f(H)) = H \cup \ker f$
b. $f^{-1}(f(H)) = H \cap \ker f$
c. $f^{-1}(f(H)) = H + \ker f$
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q28- Soit $A = \{a+bi / (a,b) \in \mathbb{Z}^2\}$ un sous-anneau de $\mathbb{C}$. Alors :

a. $1+i$ et $1-i$ sont des éléments inversibles du sous-anneau A
b. Si $z \in A$ et $|z| = 1$ alors z est inversible
c. Les éléments inversibles de A sont en nombre infini
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q29- Soit $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un endomorphisme définie par : $f(x,y,z) = (x, -2x+y+2z, 2x-z)$.
Le sous-espace propre associé à la plus grande valeur propre de f est défini par les équations :

a. $y - z = 0$
b. $x - z = 0$
c. $x - y = 0$ et $z = 0$
d. Aucune des autres affirmations n'est correcte

Q30- U et V deux sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$ tel que :
$U = \{(x,y,z,t) / x - t = 0 \text{ et } t - z = 0\}$ et $V = \{(x,y,z,t) / y - z = 0 \text{ et } 2y - z - t = 0\}$
Alors $U+V$ est un sous-espace tel que :

a. $U+V = \{(x,y,z,t) / y - z = 0\}$
b. $U+V = \{(x,y,z,t) / x - y = 0\}$
c. $U+V = \{(x,y,z,t) / z - t = 0\}$
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Q31- Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ vérifiant :
$\ker(f)=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / x+y=0\}$ et $\exists k\in\mathbb{R}$ *tel que*, $f(0,1,0)=k(0,1,0)$ et $f\circ f=2f$
Alors la matrice de f par rapport à la base canonique est :

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q32- On considère les deux polynômes à coefficients réels :
$P(X)=X^{4n}+X^{3n}+X^{2n}+X^n+1$ avec $n\in\mathbb{N}^*$ et $Q(X)=X^4+X^3+X^2+X+1$. Alors on a :

a. Si n est un multiple de 5 alors Q divise P

b. Si $n\equiv 1\ [5]$ alors Q divise P

c. Si Q divise P alors n est pair

d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q 33- Soient a et b deux entiers relatifs. Soient q_1 et q_2 les quotients respectifs et r_1 et r_2 les restes respectifs des divisions euclidiennes de a et b par $a-b$. Alors :

a. $q_1=q_2+1$ et $r_1=r_2$

b. $q_1=q_2$ et $r_1=r_2+1$

c. $q_1=q_2$ et $r_1=r_2$

d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Q34- Soient n un entier naturel, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$. Si r est le reste de la division euclidienne de $a-1$ par b alors, le reste de la division euclidienne de $ab^n - 1$ par b^{n+1} est :

a. $b^n r + 1$
b. $b^n r - 1$
c. $b^n (r+1)$
d. $b^n (r+1) - 1$

Probabilité et dénombrement

Q 35- Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$, on lance n pièces de monnaie bien équilibrées (la probabilité d'obtenir face vaut $\frac{1}{2}$). Soit A l'évènement « toutes les pièces tombent du même côté» et soit B l'évènement « au plus une pièce donne face ». Alors :

a. Pour tout n, A et B sont dépendants
b. Pour tout n, A et B sont indépendants
c. Si A et B sont indépendants alors $n = 3$
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q36- Soit E un ensemble de cardinal n. Le nombre de couples (X, Y) tels que X *et* Y sont deux parties de E vérifiant $X \subset Y$, est :

a. $2^n + 3^n$
b. 3^n
c. $2^n + 4^n$
d. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Q37- Une urne contient six boules rouges numérotées de 1 à 6, huit boules noires numérotées de 1 à 8 et trois boules jaunes numérotées de 1 à 3.
On tire au hasard une boule de l'urne, elle porte le numéro 3, alors la probabilité qu'il s'agisse d'une boule jaune est :

a. $\frac{1}{3}$
b. $\frac{2}{3}$

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

c. $\frac{1}{4}$

d. $\frac{3}{17}$

Q38- Le nombre d'œufs pondus par une tortue de mer est une variable qui suit une loi de poisson de moyenne égale à 100.
Si chaque œuf se développe pour donner un petit avec une probabilité $\frac{3}{5}$ indépendamment des autres, alors le nombre de petit suit :

a. une loi de Poisson de paramètre 60
b. une loi de Bernoulli de paramètre $\frac{3}{5}$
c. une loi binomiale de paramètres 100 et $\frac{3}{5}$
d. une loi géométrique de paramètre $\frac{3}{5}$

Q39- Considérons huit droites du plan telles qu'aucune ne soit parallèle à une autre et ne passe par le point d'intersection de deux autres. Le nombre de triangles que forment ces droites est :

a. 19656
b. 56
c. 3276
d. 28

Q40- La probabilité pour qu'un nombre composé de cinq chiffres choisis au hasard soit supérieur ou égal à 40000 et divisible par 25, est égale à :

a. 0,027
b. 0,020
c. 0,030
d. 0,009

بالتوفيق ...لا تنسو دعوتكم لي ولوالدي بالخير.