

2	الصفحة	التخصص : الرياضيات	مباراة ولوج المراكز التدريبية الجهوية
2			دورة 30 ختنبر 2004

EXERCICE IV : (4,5 pts)

Dans $M_3(\mathbb{C})$, on considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est diagonalisable.
2. Déterminer une matrice inversible P telle que $P^{-1}AP$ soit diagonale.
3. Calculer A^n pour $n \in \mathbb{N}$.

EXERCICE V : (4,5 pts)

Soit E l'espace vectoriel réel des fonctions continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, et soit T l'application de E dans E

définie par : $\forall f \in E, T(f) = g$ avec $g(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que T est un endomorphisme de E.
2. Montrer que si $f \in E$ et $x = T(f)$ alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x)$ existe.
3. Montrer que g est injective et non surjective.
4. Que peut-on en déduire pour la dimension de E ?

Barème :

I : 1) 1 pt ; 2) 1 pt ; 3) 1 pt ; 4) 1 pt

II : 1) 1 pt ; 2) 1+1

III : 1) 1 pt ; 2) 1 pt ; 3) 1+1

IV : 1) 1 pt ; 2) 2 pts ; 3) 1,5

V : 1) 1 pt ; 2) 1 pt ; 3) 1+1+0,5