المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه	مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي الإعدادي المراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين دورة شتنبر 2013 - الموضوع	خاص بكتابة الامتحان رقم الامتحان:
	الاسم الشخصي والعائلي: .... تاريخ ومكان الازدياد: .... OMAR	
المسلك : إعدادي	مادة التخصص : الرياضيات	مدة الإنجاز : 4 ساعات — المعامل : 1

المسلك : إعدادي مادة التخصص: الرياضيات	على المصحح التأكد من أن النقطة النهائية هي على 40. النقطة النهائية بالأرقام .... وبالحروف	خاص بكتابة الامتحان
رمز الموضوع: 207	إسم المصحح وتوقيعه: ....OMAR....	الصفحة: 1 على 11

LIRE TRES ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple

ATTENTION :

- **IL NE VOUS EST DELIVRE QU'UN SEUL QCM**
- **LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISEES**

1. **Cette épreuve comporte 40 questions données comme suit :**
   - **Partie I :**
     - **Les questions de 1 à 8 sont liées.**
     - **Les questions 9 à 15 sont indépendantes.**
     - **Les questions 16 à 19 sont liées.**
   - **Partie II :**
     - **Les questions 20 à 22 sont indépendantes.**
     - **Les questions de 23 à 33 sont liées.**
     - **Les questions de 34 à 40 sont liées.**
2. **Pour chaque question numérotée de 1 à 40, on vous propose 4 réponses a ; b ; c et d dont l'une seulement est juste.**
3. **Le barème est comme suit : un point pour toute réponse juste et zéro point dans le cas contraire.**
4. **EXEMPLES DE REPONSES**

   Question 1 : 12 + 2 vaut :
   A) 3 B) 5 C) 14 D) Aucune

   Question 2 : le produit $(-1)(-3)$ vaut :
   A) -3 B) -1 C) 4 D) Aucune

   Pour les réponses vous marquerez sur la feuille :

   Question 1 : a b c d

   Question 2 : a b c d

CPR 2013

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

PARTIE I

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=x\ln(1+x)$

Pour n un entier naturel non nul, on considère l'équation : (E_n) : $f(x)=\frac{1}{n^2}$

Question 1: f est deux fois dérivable sur $[0,+\infty[$ et on a :

a. $f'(x)=\ln(1+x)-\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x^2)^2}$

b. $f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{x+2}{(1+x)^2}$

c. $f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{1}{1+x^2}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 2: La fonction f est :

a. strictement croissante sur $[0,+\infty[$

b. strictement décroissante sur $[0,+\infty[$

c. croissante sur $[0,1]$ et décroissante sur $[1,+\infty[$

d. aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question3: l'image de l'intervalle $[0,+\infty[$ par la fonction f est:

a. $[0,+\infty[$

b. $]-1,+\infty[$

c. $\mathbb{R}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Qestion4: f admet une fonction réciproque qui vérifie:

a. f^{-1} est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=0$

b. f^{-1} est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=+\infty$

c. f^{-1} est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=1$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question5: L'équation (E_n) admet une solution unique α_n sur $[0,+\infty[$ car:

a. f est continue sur $[0,+\infty[$ et $\frac{1}{n^2}\in[0,+\infty[$

b. f est continue sur $[0,+\infty[$ et $f([0,+\infty[)=[0,+\infty[$

c. f est continue sur $[0,+\infty[$ et $f([0,+\infty[)=[0,+\infty[$ et $\frac{1}{n^2}\in[0,+\infty[$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question6: La suite $(\alpha_n)_{n\geq1}$ est convergente car:

a. décroissante et majorée par 1
b. croissante et majorée par 1
c. décroissante et minorée par 0
d. pour d'autres raisons

Questions 7: La limite de $(\alpha_n)_{n\geq1}$ est:

a. 1
b. $+\infty$
c. 0
d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 8: Pour la fonction f et la suite (α_n) on a:

a. $f(x)\underset{x\to0}{\sim}x^3$ et $\alpha_n\underset{x\to+\infty}{\sim}\frac{1}{n}$

b. $f(x)\underset{x\to0}{\sim}x^2$ et $\alpha_n\underset{x\to+\infty}{\sim}\frac{1}{n^2}$

c. $f(x)\underset{x\to0}{\sim}1+x^2$ et $\alpha_n\underset{x\to+\infty}{\sim}\frac{1}{1+n}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Exercice 2:

Question9: Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^x(x-1)+x^2$ on a :

a. g est positive sur $]0,+\infty[$

b. g est négative sur $]0,1[$

c. g est strictement croissante sur $]0,+\infty[$

d. L'équation $g(x)=0$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question10: Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{\sqrt{x+1}-1}$; on a alors :

a. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$

d. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

Question11 : Soit la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par : $a_1=2$; $a_{n+1}=a_n+2n \quad n\geq 1$. la valeur de a_{100} est :

a. 9900

b 9902

c 9904

d. 10100

Question12 : Si 5+15+45+135+……+N=147620 alors la valeur de N est :

a. 49205

b. 295245

c. 32805

d. 98415

Question13 : Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : pour tout entier naturel n ; $u_n=2(-1)^n-\cos(n\pi)$ .alors :

a. Pour tout n de IN ; $u_n+u_{n+1}=0$

b. la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ converge vers 0

c. $\{u_n \,/\, n\in IN\}$ est infini

d. $\{n\in IN \text{ tel que } u_n=0\}\neq\varnothing$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question14 : a et b sont deux réels $(a \leq b)$ et u et v sont deux fonctions continues sur IR . Alors :

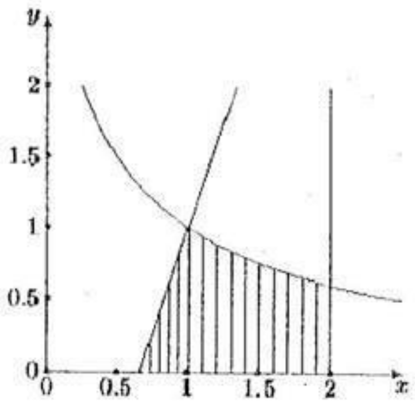
a. si $\int_a^b u(t)dt = \int_a^b v(t)dt$ alors u = v sur [a ; b]

b. si $\int_a^b u(t)dt > 0$ alors u > 0 sur [a ; b]

c. si u est positive sur [a ; b], alors $\int_a^b u(t)dt \geq 0$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question15 : L'aire Δ de la surface comprise entre les courbes d'équations



$$y = \frac{3}{2x+1} \; ; \; y = 3x - 2 \; ; \; x = 2 \;\; et \;\; y = 0 \quad \text{est:}$$

a. $-\frac{7}{6} + \frac{3}{2}\ln 15$

b. $-\frac{1}{6} + 3\ln\left(\frac{5}{3}\right)$

c. $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3} + 3\ln\left(\frac{5}{3}\right)\right]$

d. $-\frac{5}{2} + 3\ln\left(\frac{3}{7}\right)$

Exercice3 :

On considère la fonction ϕ définie par : $\phi(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{\ln t}$

Question 16 : Le domaine de définition D de ϕ est :

a. $]0,1[\cup]1,+\infty[$

b. $]0,e[\cup]e,+\infty[$

c. $]0,+\infty[$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 17 : La fonction ϕ est dérivable sur D et on a :

a. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{1}{(\ln x)^2}$

b. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{1}{\ln x - 1}$

c. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{x-1}{\ln x}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 18 : La fonction ϕ admet une limite à droite de 0 et on a :

a. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = +\infty$

b. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = 1$

c. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = 0$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 19 : En utilisant un encadrement convenable ; on démontre que :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = +\infty$

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = 0$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = 1$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

PARTIE II

Exercice1

Question 20 : Pour tout entier naturel n ,on pose $S_n = \sum_{p=0}^{n} (-1)^p C_n^p$; on a :

a. $S_n = 0$

b. $(S_n = 0 \ \ si \ \ n > 0\ )\ et\ (S_0 = 1)$

c. $S_n = 2$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 21 : A, B et C trois parties finies d'un ensemble E

a. $card(AUBUC) = card(A) + card(B) + card(C) - card(A \cap B \cap C)$

b. $card(AUBUC) = card(A) + card(B) + card(C) - card(A \cap B) - card(A \cap C) - card(B \cap C) + card(A \cap B \cap C)$

c. $card(AUBUC) = card(A) + card(B) + card(C)$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 22 : g est un endomorphisme de $\mathbb{R}_3[X]$ (ensemble des polynômes à coefficients réels et de degré inferieur ou égal à 3) définie par : $g(P) = XP' - 2P$; alors :

a. Le noyau de g est le sous-espace vectoriel engendré par X^2

b. Le noyau de g est le sous-espace vectoriel engendré par $X^2 + 1$

c. Le noyau de g est le sous-espace vectoriel engendré par $(X^2 ; X)$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Exercice 2 :

On se place dans IR^2 , et on considère l'application :

$f : IR^2 \to IR^2$

$(x;y) \to (3x-y;-x+3y)$

On muni IR^2 de sa base canonique B

Question23 : Parmi les assertions suivantes ; laquelle est vraie ?

a. f est un endomorphisme de IR^2

b. f n'est pas linéaire car par exemple $f(2;1) \neq f(1;1)$

c. $\ker f \neq \{(0,0)\}$ et tout endomorphisme injectif d'un espace vectoriel de dimension fini étant bijectif ; f est un automorphisme.

d. f est un projecteur.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question24 : Si C et C' sont deux bases de IR^2, on notera $Mat(f,C,C')$ la matrice de f dans les bases C (base de l'ensemble de départ) et C' (base de l'ensemble d'arrivée). Parmi les assertions suivantes ; lesquelles sont vraies ?

a. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$

b. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$

c. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 25 : Le théorème du rang permet de dire que : pour tout endomorphisme g d'un espace vectoriel E de dimension fini on a :

a. dim kerg + dim Img < dimE

b. Kerg $\oplus$ Img = E

c. dim kerg + dim Img = dimE

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 26 : On rappelle que λ est valeur propre de f si et seulement si $\ker(f - \lambda\, id) \neq \{(0,0)\}$
On affirme donc que :

a. λ est valeur propre de $f \Leftrightarrow \dim \mathrm{Im}(f - \lambda\, id) = 2$

b. λ est valeur propre de $f \Leftrightarrow \mathrm{Rang}(f - \lambda\, id) \leq 1$

c. λ est valeur propre de $f \Leftrightarrow f - \lambda\, id$ est un endomorphisme

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question27 : Les valeurs propre de f sont :

a. 3 et -1

b. 4 et 2

c. 4 et -2

d. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 28 : Soit $(\alpha\,;\beta) \in IR^2$ avec $\alpha \neq \beta$ et soient u et v deux éléments de IR^2 tel que : $f(u) = \alpha u$ et $f(v) = \beta v$. On a :

a. u et v sont liés

b. u et v sont linéairement indépendants

c. (u ; v) est une base de IR^2

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

Question 29 : Soit $\alpha \in$ IR et soient u et v deux éléments de IR^2 tel que : $f(u) = \alpha u$ et $f(v) = \alpha v$. On a :

a. nécessairement u = v
b. (u ; v) est liée car dim ker(f -α id) ≤ 1
c. On ne peut pas savoir si (u ; v) est libre ou liée car cela dépend des valeurs α
d. (u ; v) est une famille génératrice de IR^2

Question 30 : Soit $B' = ((1,1) ;(1,-1))$ une base de IR^2. On appelle $Pass(B, B')$ la matrice de passage de la base B à la base B'. On peut affirmer que :

a. $Pass(B,B') = Mat(id, B', B')$
b. $Pass(B,B') = Mat(id, B, B')$
c. $Pass(B,B') = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
d. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 31 : Parmi les assertions suivantes ; laquelle est vraie :

a. $Mat(f, B, B) = Pass(B,B')Mat(f, B', B')Pass(B,B')$
b. $Mat(f, B, B) = Pass(B',B')Mat(f, B', B')Pass(B',B')$
c. $Mat(f, B', B') = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

Question 32 : ℕ est l'ensemble des entiers naturels. On a :

a. $(\forall k \in \mathbb{N});[Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')]^k [Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^k$
b. $(\forall k \in \mathbb{N});[Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')]^k [Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^{-k}$
c. $(\forall k \in \mathbb{N});[Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')][Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^{-1}$
d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question 33 : Si A est une matrice carrée à coefficients réels ; on définira l'exponentielle de A comme étant : $\exp A = \lim\limits_{n \to +\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{A^k}{k!}$ si cette limite existe ; alors :

a. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^2 & 0 \\ 0 & e^4 \end{pmatrix}$

b. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right)$ n'est pas définie.

c. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^3 & e^{-1} \\ e^{-1} & e^3 \end{pmatrix}$

d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

Exercice 3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

On appelle (D) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$; $t \in IR$

et (P) le plan d'équation cartésienne $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

Question 34 : Parmi les points suivants ; lequel appartient à (D) ?

a. $M(-1 ; 3 ; 2)$

b. $N(2 ; -1 ; -1)$

c. $R(3 ; 1 ; -4)$

d. Aucun des points proposés n'appartient à (D).

Question 35 : Parmi les vecteurs suivants ; lequel est un vecteur directeur de (D) ?

a. $\vec{u}(1;2;-3)$

b. $\vec{v}(-2;-1;1)$

c. $\vec{w}(3;1;-4)$

d. Aucun des vecteurs proposés n'est directeur de (D).

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

Question 36 : Quelle est la position relative de (D) et (P) ?

a. (D) est incluse dans P

b. (D) est strictement parallèle à (P)

c. (D) et (P) sont sécants

d. (D) est perpendiculaire à (P)

Question 37 : Parmi les points suivants quel point appartient à (P) ?

a. $G_1(1\ ;3\ ;-2)$

b. $G_2(1\ ;3\ ;2)$

c. $G_3(1\ ;3\ ;-1)$

d. $G_4(3\ ;0\ ;0)$

Question 38 : Parmi les plans suivants; lequel est perpendiculaire à (P) ?

a. Le plan (Q_1) d'équation cartésienne $x + 2y - 3z + 1 = 0$

b. Le plan (Q_2) d'équation cartésienne $4x - 5y - 2z + 3 = 0$

c. Le plan (Q_3) d'équation cartésienne $-3x + 2y - z - 1 = 0$

d. Aucun des plans (Q_1) ; (Q_2) et (Q_3) n'est perpendiculaire à (P).

Question 39 : La distance du point T de coordonnée (-1 ;-3 ; 2) au plan (P) est :

a. $\sqrt{2}$

b. 14

c. $2\sqrt{3}$

d. Aucune des valeurs proposées.

Question 40 : La distance du point T de coordonnée (-1 ;-3 ; 2) à la droite (D) est :

a. $\sqrt{2}$

b. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. Aucune des valeurs proposées.

FIN.