

**التمرين 6:** ABC مثلث، I منتصف [BC] و H هي المسقط العمودي لـ A على (BC).

$$AC^2 - AB^2 = 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AI}$$

$$AC^2 - AB^2 = -2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IH}$$

**التمرين 7:** علماً أن  $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$  و  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$  و  $\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{u} - \vec{v}$  أحسب ما يلي:

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) ; ; \vec{u} \cdot (\vec{u} - 2\vec{v}) ; ; (2\vec{u} + \vec{v})(3\vec{u} + \vec{v})$$

$$(\sqrt{6}\vec{u} - \vec{v})(3\vec{u} + \vec{v}) ; ; (3\vec{u} - \vec{v})^2 ; ; \|2\vec{u} - \vec{v}\|$$

$$(2) \text{ بين أن المتجهان } \vec{s} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} \text{ و } \vec{t} = \vec{u} - 2\vec{v} \text{ متعامدان.}$$

**التمرين 8:**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و  $\vec{w}$  ثلاثة متجهات.

$$\| \vec{u} - \vec{v} \|^2 + \| \vec{u} + \vec{v} \|^2 = 2 \left( \| \vec{u} \|^2 + \| \vec{v} \|^2 \right) \quad (1)$$

$$(2) \text{ بين أن: } \|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\vec{u} \cdot \vec{w} + 2\vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{10} \quad \|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \quad \vec{u} = a\vec{i} + \vec{j} \quad \vec{i} \cdot \vec{j} = 0 \quad (1)$$

(1) حدد قيمة العدد  $a$ .

(2) استنتج قيمة  $a$  التي من أجلها  $\vec{j} - 3\vec{i}$  متعامدة مع  $\vec{u}$ .

**التمرين 10:** ABC مثلث معلوم.

(1) برهن أنه مهما تكن النقطة M في المستوى فإن:  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

(2) استنتج أن ارتفاعات المثلث ABC تتلاقى في نقطة واحدة H هي مركز تعمد المثلث.

**التمرين 11:** ABC مثلث، نضع

$$\widehat{ABC} = \hat{B}, \widehat{ACB} = \hat{C}, \widehat{BCA} = \hat{A} \quad AB = c, AC = b, BC = a$$

$$(1) \text{ أ- أحسب بدلالة } a, b, c \text{ و } \hat{C} \text{ و } \hat{B} \text{ و } \hat{A} : \widehat{(AB + BC + CA)}^2$$

$$\text{ب- استنتاج أن: } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} = \frac{\cos \hat{A}}{a} + \frac{\cos \hat{B}}{b} + \frac{\cos \hat{C}}{c}$$

$$(2) \text{ بين أن: } a + b + c = (b + c) \cos \hat{A} + (c + a) \cos \hat{B} + (a + b) \cos \hat{C}$$

**التمرين 12:** A و B نقطتان بحيث  $AB = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  ، حدد مجموعة النقط M في المستوى بحيث:

$$MA^2 + MB^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

## الجاء السلمي

**التمرين 1:** ABCD مربع حيث:  $AB = \sqrt{5}$

أحسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  و  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

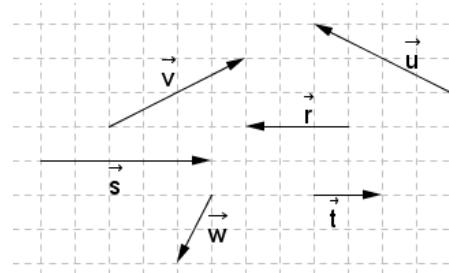
**التمرين 2:** ABC مثلث مساوي الأضلاع، حيث:  $AB = \sqrt{3}$

أحسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  و  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$

**التمرين 3:**

في الشكل جانباً، باستعمال التربعات كوحدة قياس، أحسب ما يلي:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w} \quad \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{t} \quad \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} \\ & \overrightarrow{r} \cdot \overrightarrow{v} \quad \overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{r} \quad \overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{v} \\ & \overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{t} \quad \overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v} \quad \overrightarrow{r} \cdot \overrightarrow{t} \quad \overrightarrow{t} \cdot \overrightarrow{v} \\ & \overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{r} + 2\overrightarrow{s}) \quad \overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} - \overrightarrow{t}) \end{aligned}$$



**التمرين 4:**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  متجهان ، و  $\theta$  قياس الزاوية  $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$  ، أحسب  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  في الحالات التالية:

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \|\vec{u}\| = 2 \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad (1)$$

$$\theta = -\frac{\pi}{3} \quad \|\vec{u}\| = 3 \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad (2)$$

$$\theta = \frac{2\pi}{3} \quad \|\vec{u}\| = 1 \quad \|\vec{v}\| = 1 \quad (3)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \|\vec{u}\| = 3,5 \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{5} \quad (4)$$

$$\theta = -\pi \quad \|\vec{u}\| = \sqrt{2} \quad \|\vec{v}\| = 1 + \sqrt{5} \quad (5)$$

**التمرين 5:**

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \|\vec{u}\| \quad \text{إذا علمت أن: } \|\vec{v}\| = 2 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \quad (1)$$

$$\theta = \frac{5\pi}{4} \quad \|\vec{v}\| \quad \text{إذا علمت أن: } \|\vec{u}\| = 2 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -3 \quad (2)$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2} \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \quad \text{إذا علمت أن: } \cos \theta = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\|\vec{u}\| = 2 \quad \|\vec{v}\| = 2 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -2\sqrt{2} \quad \text{إذا علمت أن: } \theta = \frac{3\pi}{4} \quad (4)$$