

5. إعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

### تمرين 5

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي:

$$g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$$

1. حدد  $D_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ .
2. أحسب نهايات  $g$  عند محداث  $D_g$ .
3. أحسب  $g'(x)$ .
4. ضع جدول تغيرات الدالة  $g$ .
5. أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  من  $x$  من  $D_g$ .

### تمرين 6

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x(\ln x)^2$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. بين أن:  $\forall x \in D_f; f(x) = 4(\sqrt{x} \ln \sqrt{x})^2$
3. حدد نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .
4. بين أن:
5.  $\forall x \in D_f; f'(x) = (\ln(x) + 2)(\ln x)$  إعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .
6. إعط معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الأضلاع  $x_0 = e$

### تمرين 7

نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $[1; +\infty[$  بما يلي:

$$h(x) = \frac{x^2}{2} \left( \frac{3}{2} - \ln x \right)$$

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
2. أحسب  $h'(x)$  و تحقق من أن  $h'(x)$  يمكن كتابتها على الشكل التالي:  
 $h'(x) = x(1 - \ln x)$
3. حل في  $[1; +\infty[$  المتراجحة  $1 - \ln x > 0$
4. إعط جدول تغيرات الدالة  $h$ .

### تمرين 8

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} g(x) = 2x(1 - \ln x) & ; x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

1. حدد  $D_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ .

### تمرين 1

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي:

$$g(x) = x + 1 + \ln(x)$$

1. حدد  $D_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ .
2. أحسب نهايات  $g$  عند محداث  $D_g$ .
3. أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
4. بين أن منحنى الدالة  $g$  يقطع محور الأضلاع في نقطة وحيدة أفصولها  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $]0, 27; 0, 28[$ .
5. استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .  
نأخذ:  $\ln(0, 27) \approx -1, 3$  و  $\ln(0, 28) \approx -1, 27$

### تمرين 2

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x - 1 - \ln(x)$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .
3. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
4. بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*; \ln x \leq x - 1$

### تمرين 3

نعتبر الدالة  $h$  المعرفة بما يلي:

$$h(x) = x - \ln|x - 1|$$

1. حدد  $D_h$  حيز تعريف الدالة  $h$ .
2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$
3. أثبت أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$
4. أحسب  $h'(x)$  لكل  $x$  من  $D_h$ .
5. إعط جدول تغيرات الدالة  $h$ .
6. حدد تقاطع منحنى الدالة  $h$  مع المنصف الأول للمعلم.

### تمرين 4

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{3+x}\right)$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أدرس زوجية الدالة  $f$ .
3. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .
4. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f \cap \mathbb{R}^+$

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$$

نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = \ln(u_n)$ .

الجزء الأول:

1. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية محددًا أساسها و حدها الأول.

2. إعط تعبير  $v_n$  بدلالة  $n$ .

3. استنتج تعبير  $u_n$  بدلالة  $n$ .

الجزء الثاني:

نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

1. بين أن:  $S_n = \ln(P_n)$ .

2. عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$ .

3. استنتج تعبير  $P_n$  بدلالة  $n$ .

4. حدد  $\lim S_n$  ثم استنتج  $\lim P_n$ .

### مسألة 1

الجزء الأول: لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما

$$f(x) = x - \ln(x) \quad \text{يلي:}$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

2. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .

3. أحسب  $f'(x)$ .

4. إعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

5. استنتج أن:  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ ;  $\ln x < x$ .

الجزء الثاني: نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x}{x - \ln x} \\ g(0) = 0 \end{cases} \quad \text{يلي:}$$

1. بين أن  $g$  متصلة في 0.

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  في 0 و أول النتيجة هندسيا.

4. ضع جدول تغيرات الدالة  $g$ .

5. حدد تقاطع  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  مع

المستقيم ذو المعادلة  $y = 1$ .

6. أنشئ  $(C_g)$ .

### مسألة 2

الجزء الأول: نعتبر الدالة  $h$  المعرفة بما يلي:

$$h(x) = x^2 + 1 - \ln x$$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

3. بين أن  $g$  متصلة في 0.

4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  في 0 ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة التي تم التوصل إليها.

5. أحسب  $g'(x)$ .

6. ضع جدول تغيرات الدالة  $g$ .

7. حدد تقاطع  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  مع محوري المعلم.

8. حدد الفروع اللانهائية ل  $(C_g)$ .

9. أنشئ  $(C_g)$ .

### تمرين 9

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x \ln x - x + 1 ; & x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

2. أدرس اتصال  $f$  في 0.

3. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .

4. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

5. حدد إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$ .

### تمرين 10

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \end{cases}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$ .

2. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n > 0$ .

3. نضع:  $\forall n \in \mathbb{N}$ ;  $v_n = \ln u_n - \ln 2$ .

(a) بين أن  $(v_n)$  معرفة لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

(b) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية محددًا أساسها و حدها الأول.

(c) إعط الحد العام للمتتالية  $(v_n)$  بدلالة  $n$ .

(d) أحسب نهاية المتتالية  $(v_n)$ .

4. استنتج تعبير  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim u_n$ .

### تمرين 11

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

4. بين أن المعادلة  $g(x)=0$  تقبل حلا وحيدا  $\lambda$  حيث  $1,89 < \lambda < 1,9$ .
5. استنتج مما سبق إشارة  $g(x)$ .
- الجزء الثاني: لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ ، و  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث:  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 0,1cm$ .
1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
  2. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .
  3. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  4. تحقق من أن:  $f(\lambda) = \frac{1}{2\lambda^2}$ .
  5. استنتج تأطير  $f(\lambda)$  سعته  $2 \cdot 10^{-2}$ .
  6. أنشئ  $(C_f)$ .

## مسألة 4

- الجزء الأول: لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $f(x) = \ln(x+1) - x$ .
1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
  2. أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$ .
  3. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  4. بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*; 0 < \ln(1+x) < x$ .
- الجزء الثاني: لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \ln(1+u_n); \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n > 0$ .
2. بين أن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية تناقصية.
3. استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

1. حدد  $D_h$  حيز تعريف الدالة  $h$ .
2. أحسب نهايات  $h$  عند محداث  $D_h$ .
3. أحسب  $h'(x)$  لكل  $x$  من  $D_h$ .
4. إعط جدول تغيرات الدالة  $h$ .
5. استنتج إشارة  $h(x)$  لكل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ .

الجزء الثاني: لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما

$$f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x}{x} \quad \text{يلي:}$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أحسب نهاية  $f$  على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا.
3. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
4. بين أن:  $\forall x \in D_f; f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .
5. إعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .
6. بين أن المعادلة  $f(x) = 3$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  من المجال  $]2; 3[$ .
7. بين أن  $(C_f)$  يقبل مقاربا مانلا  $(D)$  معادلته  $y = x + \frac{1}{2}$  بجوار  $+\infty$ .
8. حدد إحداثيتي النقطة  $A$  تقاطع المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$ .
9. إعط معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$ .
10. أنشئ  $(C_f)$ .

الجزء الثالث: لتكن  $F$  الدالة العددية المعرفة على

$$F(x) = \frac{x^2 + x + (\ln x)^2}{2} \quad \text{بما يلي: } ]0; +\infty[$$

بين أن  $F$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

## مسألة 3

الجزء الأول: لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة بما

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x \quad \text{يلي:}$$

1. حدد  $D_g$  حيز تعريف الدالة  $g$ .
2. أحسب نهايات  $g$  عند محداث  $D_g$ .
3. حدد منحنى تغيرات الدالة  $g$ .

ذ. علي تاموسيت

tamoussit2009@gmail.com

http://www.9alami.com