

المعادلات التفاضلية

التمرين الأول:

حل المعادلة التفاضلية وحدد الحل الذي يحقق الشرط أو الشروط المدرجة مع المعادلة :

$y(1) = 0 \quad y'(2) = 0 \quad y'' + 2y' + y = 0 \quad -7$	$y(0) = 2 \quad 2y' + 3y = 0 \quad -1$
$y(0) = 1 \quad y'(1) = 0 \quad 9y'' + 12y' + 4y = 0 \quad -8$	$y(2) = (y'(1))^2 \quad y' - 2y = 0 \quad -2$
$y(0) = \frac{1}{2} \quad y'(0) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad y'' + y = 0 \quad -9$	$y(1) = -1 \quad y' + 5y = 0 \quad -3$
$y(0) = 1 \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \quad y'' - 2y' + 2y = 0 \quad -10$	$y(0) = 3 \quad y'(0) = -1 \quad y'' - y = 0 \quad -4$
$y(0) = 1 \quad y'(0) = -2 + \sqrt{3} \quad y'' + 4y' + 7y = 0 \quad -11$	$y(1) = 2e - e^2 \quad y'(0) = 0 \quad y'' - 3y' + 2y = 0 \quad -5$
	$y(1) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0 \quad 2y'' + y' - y = 0 \quad -6$

التمرين الثاني:

نعتبر المعادلة التفاضلية : (E) : $y' - 2y = 8x^2 - 8x$

- 1- حل المعادلة التفاضلية : (E₁) : $y' - 2y = 0$
- 2- حدد حدودية من الدرجة الثانية P(x) تكون حلا للمعادلة (E).
- 3- استنتج حلول المعادلة (E).

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة التفاضلية : (E) : $y'' + 2y' + 5y = 0$

- 1- حل المعادلة التفاضلية (E).
 - 2- حدد الحل f الذي يحقق الشروط البدئية $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$.
 - 3- نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'' + 2y' + 5y = \cos 2x$.
- أ- حدد العددين λ و μ بحيث تكون الدالة g بحيث : $g(x) = \lambda \cos 2x + \mu \sin 2x$ حلا لهذه المعادلة .
 ب- استنتج جميع حلول هذه المعادلة .

التمرين الرابع:

1- حل المعادلة التفاضلية : (E₁) : $2y'' - 6y' + 5y = 0$

- 2- نعتبر المعادلة التفاضلية : (E₂) : $2y'' - 6y' + 5y = 2e^{3x}$.
- أ- بين أن الدالة g حيث $g(x) = \frac{2}{5}e^{3x}$ حل خاص ل (E₂).
 ب- إعط مجموعة حلول المعادلة (E₂).

التمرين الخامس:

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين :

$$(E): y' + y = y^2 \sin x \quad ; \quad (F): -y' + y = \sin x$$

نضع $z = \frac{1}{y}$ حيث $\forall x \in \mathbb{R}; y(x) \neq 0$

- 1- بين أن : z حلا للمعادلة (F) \Leftrightarrow y حلا للمعادلة (E).
- 2- بين أن الدالة z_0 المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $z_0(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ هي حل للمعادلة (F).
- 3- حل المعادلة التفاضلية (F).
- 4- استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) والتي لا تنعدم على مجموعة تعريفها .