

الدوال العددية

تمرين 1:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & ; x < 0 \\ f(x) = 2x-x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

- 1- أدرس اتصال الدالة f في الصفر.
- 2 أدرس اتصال الدالة f على \mathbb{R} .
- 3- لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]1; +\infty[$.
أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.
ب- حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x \in J$.

تمرين 2:

1- أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{8x^3 - x} - 2x ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x} - 1}{x} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{2-x} + 2x ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt[3]{x+6} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt{x+1}}$$

2- حل في \mathbb{R} ما يلي:

$$\sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{x}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{x-1}} - \sqrt[4]{x} = 0$$

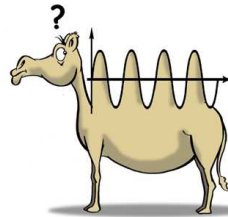
$$\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}} \leq \sqrt{x}$$

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]1; +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = \frac{1 - \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x-1}$$

- 1- بين أن f تناقصية قطعاً على المجال $I =]1; 2[$.
- 2- بين أن المعادلة $\sqrt{x} = \frac{1}{x-1}$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال I .
- 3- بين أن $\alpha^2(\alpha-2) = 1-\alpha$.



تمرين 4:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x-2} & ; x \geq 3 \\ f(x) = x - 1 + \sqrt[3]{3-x} & ; x < 3 \end{cases}$$

- 1- أوجد مجموعة تعريف الدالة f .
- 2- أحسب النهايتين $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 3- أدرس اتصال الدالة f على D_f .
- 4- أدرس رتابة f على المجال $I =]3; +\infty[$.
- 5- نعتبر g قصور الدالة f على المجال I .
أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J وحدده.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x \in J$.

ج- أحسب $g(6)$ ثم بين أن الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 4 و أحسب $(g^{-1})'(4)$.

5- أدرس رتابة f على المجال $I =]-\infty; 3[$.

تمرين 5:

لتكن الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x + \sqrt{x+3}$$

- 1- حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f .
- 2- أدرس اتصال ورتابة f على D_f .
- 3- أ- استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يجب تحديده نحو D_f .
ب- حدد $f^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x \in J$.
- 4- حل المعادلة $f(x) = f^{-1}(x)$.

تمرين 6:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-2}$$

- 1- حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f .
- 2- أدرس زوجية الدالة f .
- 3- أدرس رتابة الدالة f على D_f .
- 4- ليكن h قصور الدالة f على المجال $I =]-\sqrt{3}; 0[$.
بين أن h لها دالة عكسية h^{-1} معرفة من مجال J يجب تحديده نحو I .
- 5- أحسب $(h^{-1})'(-3)$.