Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

تمرين رقم 1 :

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية :

1 – $f(x)=\ln\left(x^2-x+2\right)$

2 – $f(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

3 – $f(x)=\ln\sqrt{x-1}$

4 – $f(x)=\dfrac{\ln x}{1-\ln x}$

الحل :

1 – $x\in D_f \Leftrightarrow x^2-x+2>0$

لنحل المتراجحة $x^2-x+2>0$. $\Delta=(-1)^2-4\times1\times2=1-8=-7<0$

إذن $x^2-x+2>0$ لكل $x\in\mathbb{R}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}$

2 – $x\in D_f \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x}>0$

لنحل المتراجحة باستعمال الجدول:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{x+1}{x}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

وبما أن $\dfrac{x+1}{x}>0$ في الجالين $]-\infty,-1[$ و $]0,+\infty[$ إذن : $D_f=]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

3 – $x\in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x-1}>0$ و $x-1\geq0$

و بما أن : $\sqrt{x-1}\geq0$ فإن $x\in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x-1}\neq0$ و $x-1\geq0$

$x\in D_f \Leftrightarrow x\neq1$ و $x\geq1$

$x\in D_f \Leftrightarrow x>1$

إذن : $D_f=]1,+\infty[$

4 – $x\in D_f \Leftrightarrow x>0$ و $1-\ln x\neq0$

$\Leftrightarrow x>0$ و $\ln x\neq1$

$\Leftrightarrow x>0$ و $x\neq e$

$\Leftrightarrow x\in]0,e[\cup]e,+\infty[$

إذن : $D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$

تمرين رقم 2 :

بسط ما يلي :

$$A=3(\ln3+\ln5)-\ln27-2\ln10-\ln\frac{1}{4}$$

$$B=\frac{\ln\left(\sqrt5+1\right)+\ln\left(\sqrt5-1\right)}{2}$$

الحل :

$$A = 3(\ln 3+\ln 5)-\ln 27-2\ln 10-\ln\frac{1}{4}$$
$$= 3\ln 3+3\ln 5-\ln 3^3-2(\ln 2+\ln 5)+\ln 4$$
$$= 3\ln 3+3\ln 5-3\ln 3-2\ln 2-2\ln 5+\ln 2^2$$
$$= 3\ln 3+3\ln 5-3\ln 3-2\ln 2-2\ln 5+2\ln 2$$
$$= \ln 5$$

$$B = \frac{\ln\left(\sqrt{5}+1\right)+\ln\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$$
$$= \frac{\ln\left[\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)\right]}{2} = \frac{\ln\left[\sqrt{5}^2-1^2\right]}{2} = \frac{\ln[5-1]}{2} = \frac{\ln 4}{2} = \frac{2\ln 2}{2} = \ln 2$$

تمرين رقم 3 :

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

1 – $\ln\left(x^2+3\right)=\ln(2x)$

2 – $\ln x-5\sqrt{\ln x}+4=0$

3 – $2(\ln x)^2-\ln x-3\le 0$

الحل :

1 ـ لنحل المعادلة $\ln\left(x^2+3\right)=\ln(2x)$ في $\mathbb{R}$:

$$\ln\left(x^2+4\right)=\ln(4x) \Leftrightarrow x^2+4>0 \text{ و } 4x>0 \text{ و } x^2+4=4x$$
$$\Leftrightarrow x^2+4>0 \text{ و } x>0 \text{ و } x^2-4x+4=0$$

$\Leftrightarrow x>0$ و $(x=2$ أو $x=-2)$ لأن $x^2+4>0$ و حلي المعادلة $x^2-4x+4=0$ هما العددين 2 و -2

$\Leftrightarrow x=2$ لأن -2 عدد سالب

ومنه فإن $S=\{2\}$

2 ـ لنحل المعادلة $\ln x-5\sqrt{\ln x}+4=0$ في $\mathbb{R}$:

نضع $t=\sqrt{\ln x}$ ومنه المعادلة تصبح على الشكل : $t^2-5t+4=0$

نحل المعادلة $t^2-5t+4=0$.

$\Delta=25-16=9$ ومنه المعادلة تقبل حلين هما : 1 و 4 .

و بالتالي : $t_1=1$ و $t_2=4$ إذن : $\sqrt{\ln x_1}=1$ و $\sqrt{\ln x_2}=4$

ومنه : $\ln x_1=1$ و $\ln x_2=16$ و بالتالي : $x_1=e$ و $x_2=e^{16}$

$$S=\left\{e,e^{16}\right\}$$

3 ـ لنحل المتراجحة $2(\ln x)^2-\ln x-3\le 0$ في $\mathbb{R}$:

نضع $t=\ln x$ ومنه المتراجحة تصبح على الشكل : $2t^2-t-3\le 0$

نحل المعادلة : $2t^2-t-3=0$.

$\Delta=1+24=25$ ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -1 و $\frac{3}{2}$

ومنه $2t^2-t-3\le 0$ إذا كان $-1\le t\le\frac{3}{2}$

و بالتالي $2(\ln x)^2-\ln x-3\le 0$ إذا كان $-1\le\ln x\le\frac{3}{2}$ يعني $e^{-1}\le x\le e^{\frac{3}{2}}$

$$S=\left[e^{-1},e^{\frac{3}{2}}\right]$$

تمرين رقم 4 :

حدد النهايات التالية :

1 – $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{\ln x}$

2 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\ln x}$

3 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x}$

4 – $\lim_{x\to +\infty} x - x\ln x$

5 – $\lim_{x\to 0^+} x(1-\ln x)$

6 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{x-\ln x}{x}$

7 – $\lim_{x\to -1^-} \ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$

8 – $\lim_{x\to -\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$

9 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} - \ln x$

10 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x - 1}{x}$

11 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x - 1}{x}$

12 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x\ln x}$

13 – $\lim_{x\to 0^+} \sin x \ln x$

14 – $\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^2$

15 – $\lim_{x\to 0^+} (\ln x)^2 - \ln x$

16 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x^3+1}$

17 – $\lim_{x\to +\infty} x^3 - 2x - \ln x$

18 – $\lim_{x\to 0^+} x\ln \sqrt[3]{x}$

الحل :

1 – $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{\ln x} = +\infty$ لأن $\lim_{x\to 1^+} \ln x = 0^+$.

2 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\ln x} = 0$ لأن $\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$.

3 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x\to 0^+} \ln x \times \frac{1}{x} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ و $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$.

4 – $\lim_{x\to +\infty} x - x\ln x = \lim_{x\to +\infty} x(1-\ln x) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to +\infty} x = +\infty$ و $\lim_{x\to +\infty} 1 - \ln x = -\infty$.

5 – $\lim_{x\to 0^+} x - x\ln x = \lim_{x\to 0^+} x(1-\ln x) = 0$ لأن $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ و $\lim_{x\to 0^+} x = 0$.

6 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{x-\ln x}{x} = \lim_{x\to 0^+} 1 - \frac{\ln x}{x} = 1 - \lim_{x\to 0^+} \ln x \times \frac{1}{x} = +\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ و $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

7 – $\lim_{x\to -1^-} \ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to -1^-} \frac{x+1}{x-2} = 0^+$ و $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$.

8 – $\lim_{x\to -\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 0$ لأن $\lim_{x\to -\infty} \frac{x+1}{x-2} = 1$ و $\ln 1 = 0$.

9 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} - \ln x = +\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ و $\lim_{x\to 0^+} -\ln x = +\infty$.

10 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x - 1}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} = 0$ لأن $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ و $\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{x} = 0$.

11 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x - 1}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} \times (\ln x - 1) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ و $\lim_{x\to 0^+} (\ln x - 1) = -\infty$.

12 – $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x\ln x} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ و $x\ln x \leq 0$ بجوار 0 على اليمين

13 – $\lim_{x\to 0^+} \sin x \ln x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{x} \times x\ln x = 1\times 0 = 0$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ و $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$.

14 – $\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^2 = \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}^2 \left(\ln\left(\sqrt{x}^2\right)\right)^2 = \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}^2 \left(2\ln\left(\sqrt{x}\right)\right)^2 = \lim_{x\to 0^+} 4\sqrt{x}^2 \left(\ln\left(\sqrt{x}\right)\right)^2 = \lim_{x\to 0^+} 4\left(\sqrt{x}\ln\left(\sqrt{x}\right)\right)^2 = 0$

15 – $\lim_{x\to 0^+} (\ln x)^2 - \ln x = +\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} (\ln x)^2 = +\infty$ و $\lim_{x\to 0^+} -\ln x = +\infty$.

16 – $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x^3+1} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1} \times \frac{x^2+1}{x^3+1} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1} \times \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2+1}{x^3+1} = 0\times 0 = 0$.

17 – $\lim_{x\to+\infty} x^3-2x-\ln x=\lim_{x\to+\infty} x\left(x^2-2-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} x^2-2-\frac{\ln x}{x}=+\infty$.

18 – $\lim_{x\to0^+} x\ln\sqrt[3]{x}=\lim_{x\to0^+} x\ln x^{\frac{1}{3}}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{3}x\ln x=0$ لأن $\lim_{x\to0^+} x\ln x=0$.

تمرين رقم 4 :

حدد الدالة المشتقة للدالة f في الحالات التالية :

1 – $f(x)=\ln(x-1)-\ln x$	2 – $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln x}$	3 – $f(x)=\sqrt{2\ln x-1}$
4 – $f(x)=\ln\left(\sqrt{1-2x}\right)$	5 – $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$	6 – $f(x)=\sqrt[3]{\ln x}$

الحل :

1 – الدالة f عبارة عن مجموع دالتين و بالتالي : $(f+g)'=f'+g'$

$$f'(x)=(\ln(x-1))'-(\ln x)'=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x(x-1)}$$

2 – الدالة f عبارة عن خارج دالتين و بالتالي : $\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-g'f}{g^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{\ln(x+1)}{\ln x}\right)'=\frac{(\ln(x+1))'\times\ln x-(\ln x)'\times\ln(x+1)}{(\ln x)^2}$$

$$=\frac{\frac{1}{x+1}\times\ln x-\frac{1}{x}\times\ln(x+1)}{(\ln x)^2}=\frac{\frac{\ln x}{x+1}-\frac{\ln(x+1)}{x}}{(\ln x)^2}$$

$$=\frac{\frac{x\ln x-(x+1)\ln(x+1)}{x(x+1)}}{(\ln x)^2}=\frac{x\ln x-(x+1)\ln(x+1)}{x(x+1)(\ln x)^2}$$

3 – الدالة f عبارة عن مركب لدالتين و بالتالي : $\left(\sqrt{f}\right)'=\frac{f'}{2\sqrt{f}}$

$$f'(x)=\frac{(2\ln x-1)'}{2\sqrt{2\ln x-1}}=\frac{2\times\frac{1}{x}}{2\sqrt{2\ln x-1}}=\frac{2}{2x\sqrt{2\ln x-1}}=\frac{1}{x\sqrt{2\ln x-1}}$$

4 – الدالة f عبارة عن مركب لدالتين و بالتالي : $(\ln(f))'=\frac{f'}{f}$

$$f'(x)=\left(\ln\left(\sqrt{1-2x}\right)\right)'=\frac{\left(\sqrt{1-2x}\right)'}{\sqrt{1-2x}}=\frac{\frac{(1-2x)'}{2\sqrt{1-2x}}}{\sqrt{1-2x}}=\frac{\frac{-2}{2\sqrt{1-2x}}}{\sqrt{1-2x}}=\frac{\frac{-1}{\sqrt{1-2x}}}{\sqrt{1-2x}}=\frac{-1}{1-2x}$$

5 – الدالة f عبارة عن مركب لدالتين و بالتالي : $(\ln(f))'=\frac{f'}{f}$

$$f'(x)=\left(\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)\right)'=\frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)'}{\frac{x-1}{x}}=\frac{\frac{x-(x-1)}{x^2}}{\frac{x-1}{x}}=\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{x-1}{x}}=\frac{1}{x^2}\times\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x(x-1)}$$

6 – الدالة f عبارة عن مركب لدالتين و بالتالي : $\left((f)^n\right)'=nf'(f)^{n-1}$

$$f'(x)=\left(\sqrt[3]{\ln x}\right)'=\left((\ln x)^{\frac{1}{3}}\right)'=\frac{1}{3}\times(\ln x)'\times(\ln x)^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{x}\times(\ln x)^{\frac{-2}{3}}=\frac{(\ln x)^{\frac{-2}{3}}}{3x}=\frac{1}{3x\sqrt[3]{(\ln x)^2}}$$

<u>تمرين رقم 2</u> (دراسة دالة)

<u>الجزء الأول :</u>

نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty,0[$ بما يلي : $g(x)=x+1+\ln(-x)$.

1 ـ أحسب الدالة المشتقة للدالة g و نهايات g عند محدات المجال $]-\infty,0[$ ثم ضع جدول تغييرات الدالة g .

2 ـ استنتج أن $g(x)\leq 0$ لكل $x\in]-\infty,0[$.

<u>الجزء الثاني :</u>

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}} & x\geq 0 \\ f(x)=x^2+2x\ln(-x) & x<0 \end{cases}$$

1 ـ أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب ـ بين أن الدالة f متصلة في 0 .

ج ـ أ درس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين و يسار 0 .

2 ـ أحسب الدالة المشتقة للدالة f لكل $x\in\mathbb{R}^*$ ثم اعط جدول تغييرات الدالة f .

3 ـ ليكن (Cf) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ ـ بين أن (Cf) يقبل نقطة انعطاف أفصولها سالب.

ب ـ ادرس الفروع اللانهائية .

ج ـ أنشئ (Cf).

<u>الحل :</u>

<u>الجزء الأول :</u>

1 ـ الدالة g معرفة على الشكل : $g(x)=x+1+\ln(-x)$ في المجال $]-\infty,0[$.

*** $g'(x)=(x+1+\ln(-x))'=1+(\ln(-x))'=1+\dfrac{-1}{-x}=1+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x+1}{x}$ لكل $x\in]-\infty,0[$.

*** إشارة $g'(x)$:

$$g'(x)=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$$

*** نحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty} x+1+\ln(-x)=\lim_{t\to+\infty} -t+1+\ln(t)=\lim_{t\to+\infty} t\left(-1+\frac{1}{t}+\frac{\ln(t)}{t}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} g(x)=\lim_{x\to 0^-} x+1+\ln(-x)=\lim_{t\to 0^+} -t+1+\ln(t)=-\infty$$

*** جدول تغييرات الدالة g :

x	$-\infty$		-1		0
g'		$+$	0	$-$	‖
g	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖

2 ـ ** بما أن الدالة g تزايدية على المجال $]-\infty,-1]$ فإنه إذا كان $x\leq -1$ فإن $g(x)\leq g(-1)$ ومنه $g(x)\leq 0$.

بما أن الدالة g تناقصية على المجال $[-1,0[$ فإنه إذا كان $x\geq -1$ فإن $g(x)\leq g(-1)$ ومنه $g(x)\leq 0$.

و بالتالي $g(x)\leq 0$ لكل $x\in]-\infty,0[$.

الجزءالثاني :

1 – الدالة f معرفة على الشكل : $\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}} & x\ge 0 \\ f(x)=x^2+2x\ln(-x) & x<0 \end{cases}$ في $\mathbb{R}$.

أ – لنحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}=1$

** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2+2x\ln(-x)=\lim\limits_{t\to+\infty} t^2-2t\ln(t)=\lim\limits_{t\to+\infty} t^2\left(1-2\dfrac{\ln(t)}{t}\right)=+\infty$

ب – لنبين أن الدالة f متصلة في 0 .

** $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-} x^2+2x\ln(-x)=\lim\limits_{t\to0^+} t^2-2t\ln(t)=0=f(0)$

** $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}=0=f(0)$

ومنه $\lim\limits_{x\to0} f(x)=f(0)$ إذن f متصلة في 0 .

ج – لندرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين و يسار 0 .

** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}}{\sqrt[3]{x^3}}=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt[3]{\dfrac{\dfrac{x}{x+1}}{x^3}}=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{1}{x^3}}=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^2(x+1)}}=+\infty$

بما ان $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=+\infty$ فإن (Cf) يقبل نصف مماس عمودي بإتجاه الأعلى معادلته $x=0$ في النقطة O .

** $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x^2+2x\ln(-x)}{x}=\lim\limits_{x\to0^-} x+2\ln(-x)=-\infty$

بما ان $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=-\infty$ فإن (Cf) يقبل نصف مماس عمودي بإتجاه الأعلى معادلته $x=0$ في النقطة O .

2 – ليكن $x\in\mathbb{R}^*$:

** إذا كان $x<0$ فإن : $f'(x)=\left(x^2+2x\ln(-x)\right)'=2x+2\left(\ln(-x)+x\times\dfrac{1}{x}\right)=2x+2+2\ln(-x)$

ومنه $f'(x)=2x+2+2\ln(-x)=2\left(x+1+\ln(-x)\right)=2g(x)$

و بما أن $g(x)\le0$ لكل $x\in\left]-\infty,0\right[$ حسب السؤال 2 فإن $f'(x)\le0$ لكل $x\in\left]-\infty,0\right[$.

** إذا كان $x>0$ فإن : $f'(x)=\left(\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}\right)'=\left(\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{1}{3}}\right)'=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{1}{3}-1}\times\left(\dfrac{x+1-x}{(x+1)^2}\right)=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{\frac{-2}{3}}\times\left(\dfrac{1}{(x+1)^2}\right)$

ومنه فإن $f'(x)\ge0$ لكل $x\in\left]0,+\infty\right[$.

** جدول تغييرات الدالة

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	$\Vert$	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

3 ـ أ ـ لنبين أن (Cf) يقبل نقطة انعطاف أفصولها سالب .

ليكن $x \in]-\infty, 0[$.

$$f''(x) = \left(x^2 + 2x\ln(-x)\right)'' = \left(2x + 2 + 2\ln(-x)\right)' = 2 + 2\times\frac{1}{x} = 2 + \frac{2}{x} = \frac{2x+2}{x}$$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{x} = 0 \Leftrightarrow 2x+2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$ و لدينا $f(-1) = 0$

إذن (Cf) يقبل نقطة انعطاف $A(-1,0)$.

ب ـ لندرس الفروع اللانهائية :

*** لدينا : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ إذن (Cf) يقبل مقاربا أفقيا بجوار $+\infty$ معادلته $y = 1$.

*** لدينا : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. لنحسب $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2 + 2x\ln(-x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} x + 2\ln(-x) = \lim_{t\to+\infty} -t + 2\ln(t) = \lim_{t\to+\infty} t\left(-1 + 2\frac{\ln(t)}{t}\right) = -\infty$$

ومنه (Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه محور الأراتيب بجوار $-\infty$.

ج ـ إنشاء (Cf) .