الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة مراكش - تانسيفت الحوز

امتحانات الباكالوريا

4 أرقام من رقم الامتحان
(إبتداء من اليمين)

348165

[redacted]

مـادة : ....

الشعبة أو المسلك : .... المستوى : ....

التقدير المفسر للنقطة : عشرون

إسم المصحح وتوقيعه : [illegible]

النقطة النهائية

20,00/20

التمرين الأول

1) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا

$(x-4)(x-2)$

إذن $= x^2-2x-4x+8$

و منه المطلوب $= x^2-6x+8$

0,5

2) لكل x من $\mathbb{R}$

$e^{2x}-6e^{x}+8=0$

نضع $e^{x}=X$ ، تصبح المعادلة $X^2-6X+8=0$

مميزها $\Delta = b^2-4ac$

$= 4 > 0$

إذن $X^2-6X+8=0$ تقبل حلين هما: $X_1=\frac{6-2}{2}$; $X_2=\frac{6+2}{2}$

$X_1=2$; $X_2=4$

إذن $e^{x}=2$; $e^{x}=4$

و منه $x=\ln 2$; $x=\ln 4$

$\forall x\in\mathbb{R}$ إذن حلول المعادلة هي: $S=\{\ln 2, \ln 4\}$

01

التمرين الثاني

المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\begin{cases} U_{n+1}=\frac{1}{4}U_n+2 ; \ n\in\mathbb{N} \\ U_0=0 \end{cases}$$

1) حساب U_1 و U_2 :

$U_1=\frac{1}{4}U_0+2=\frac{1}{4}\times 0+2=2$

0,25

$U_2=\frac{1}{4}U_1+2=\frac{1}{4}\times 2+2=\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}$

0,25

2) لكل n من $\mathbb{N}$ ، $V_n=U_n-\frac{8}{3}$

أ) حساب V_0

$V_0=U_0-\frac{8}{3}=0-\frac{8}{3}=\frac{-8}{3}$

0,25

ب) لنبين أنها متتالية هندسية

لدينا: $\forall n\in\mathbb{N}$

$V_{n+1}=U_{n+1}-\frac{8}{3}$

$=\frac{1}{4}U_n+2-\frac{8}{3}=\frac{1}{4}U_n-\frac{2}{3}=\frac{1}{4}\left(U_n-4\times\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(U_n-\frac{8}{3}\right)=\frac{1}{4}V_n$

01

إذن V_n متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول $V_0=-\frac{8}{3}$

Série ou Filière : .... Niveau : ....

..................../20

Appréciations expliquant la note chiffrée : ....

Nom du Correcteur et Signature : ....

ج) حساب V_n بدلالة n 0,75

$V_n = V_0 \cdot q^n$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad = -\frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

استنتاج U_n لدينا $V_n = U_n - \frac{8}{3}$

إذن $U_n = V_n + \frac{8}{3}$ 0,75

إذن $U_n = -\frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{8}{3}$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad = \frac{8}{3}\left(\left(-\frac{1}{4}\right)^n + 1\right) = \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$.

د) حساب النهاية $\lim\limits_{+\infty} U_n$.

لدينا $-1 < \frac{1}{4} < 1$ إذن $\lim\limits_{n \to +\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{8}{3}(1-0) = \frac{8}{3}$ 0,75

ومنه $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \frac{8}{3}$

التمرين الثالث

لدينا $\forall x \in]0,+\infty[\; ; \quad f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

$\boxed{1}$ حساب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} + \ln x = +\infty$ 1

$\left(\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \text{ و } \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty \text{ لأن}\right)$

حساب $\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1/x + \ln x}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\frac{1+x\ln x}{x}}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1+x\ln x}{x^2}$ 1

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} + \frac{x\ln x}{x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x}$

$= 0$

$\left(\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \text{ و } \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ لأن}\right)$

التأويل الهندسي: لدينا $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ إذن C_f يقبل فرع شلجمي باتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$ 0,5

$\boxed{2}$ لدينا $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

$\forall x \in]0,+\infty[\quad f(x) = \frac{1 + x\ln x}{x}$

إذن $= \frac{1}{x} + \frac{x\ln x}{x} = \frac{1}{x} + \ln x$ ومنه المطلوب 0,25

حساب $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1 + x\ln x}{x} = +\infty$

$\left(\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \text{ و } \lim\limits_{x \to 0^+} x\ln x = 0 \text{ لأن}\right)$ 1

التأويل: لدينا $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ إذن C_f يقبل مقارب عمودي ~~بجوار $+\infty$~~ معادلته $x = 0$. 0,25

N.B : Il est interdit aux candidats de ...

لدينا ... $\forall x \in]0,+\infty[$ ... قابلة للاشتقاق

إذن $f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x\right)'$

$= -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{-1+x}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$

وهذا هو المطلوب $\forall x \in]0,+\infty[\quad f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$

ب- إشارة $f'(x)$ هي إشارة $x-1$ إذن $x-1=0$ يعني $x=1$

جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

4 حساب $f''(x)$ ، $\forall x \in]0,+\infty[$

لدينا $f'(x) = \left(\frac{x-1}{x^2}\right)$

إذن $f''(x) = \left(\frac{x-1}{x^2}\right)' \quad \forall x \in]0,+\infty[$

$= \frac{(x-1)'x^2 - (x-1)(x^2)'}{x^4} = \frac{x^2 - 2x^2 + 2x}{x^4}$

$\forall x \in]0,+\infty[\quad = \frac{-x^2+2x}{x^4} = \frac{x(-x+2)}{x^4} = \frac{2-x}{x^3}$

- لدينا f' تنعدم و تتغير إشارتها

- إذن f'' تنعدم و تتغير إشارتها $2-x=0$ يعني $x=2$.

جدول تقعر المنحنى

x	0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
تقعر المنحنى		$\cup$	$(2, \frac{1}{2}+\ln 2)$	$\cap$	

إذن C_f يقبل نقطة انعطاف هي $I\left(2, \frac{1}{2}+\ln 2\right)$

5 أ- المكاملة بالأجزاء، حساب $\int_1^3 \ln x \, dx$

لدينا * $u(x) = \ln x$; نجد $u'(x) = \frac{1}{x}$

* $v'(x) = 1$; $v(x) = x$

إذن: $\int_1^3 \ln x \, dx = [x \ln x]_1^3 - \int_1^3 \left(x \cdot \frac{1}{x}\right) dx$

$= [x \ln x]_1^3 - \int_1^3 1 \, dx = [x \ln x]_1^3 - [x]_1^3$

$= (3\ln 3 - 1\ln 1) - (3-1)$

إذن: $= 3\ln 3 - 0 - 2 = 3\ln 3 - 2$

ب- حساب مساحة الحيز المحدد. إذن $\int_1^3 f(x)\,dx \; UA$

لدينا $\int_1^3 \left(\frac{1}{x} + \ln x\right) dx \; UA$

إذن $= \int_1^3 \frac{1}{x}\,dx + I \quad UA$

$= [\ln x]_1^3 + I \quad UA$

$= (\ln 3 - \ln 1 + 3\ln 3 - 2)\ (UA)$

$= \ln 3 + 3\ln 3 - 2 \quad (UA)$

$= \ln 3 + \ln 3^3 - 2 = \ln 3 + \ln 27 - 2\ (UA)$

$= \ln(3\times 27) - 2 \quad UA$

$= \ln 81 - 2 \quad UA$ 0/1

ومنه مساحة الحيز المحدد هي $\int_1^3 f(x)\,dx\,UA = \ln 81 - 2 \quad UA$

(التمرين الرابع)

4R 3V 3B

نسحب تآنيا عشوائيا 4 كرات من الكيس إذن كل سحبة هي تأليفة

لـ 4 عناصر من أ 10 إذن $Card\,\Omega = C_{10}^4 = 210$

$\boxed{1}$ أ) تحقق أن $P(A) = \frac{1}{210}$

A: الكرات المسحوبة لها نفس اللون إذن يمكن سحب 4 كرات حمراء

إذن المطلوب $P(A) = \frac{Card\,A}{Card\,\Omega} = \frac{C_4^4}{210} = \frac{1}{210}$ 0/

ب- B: الحصول على كرة بيضاء على الأقل: هو الحصول على $\{0,1,2,3\}$.

إذن $P(B) = \frac{Card\,B}{Card\,\Omega} = \frac{C_3^1 C_7^3}{210} = \frac{35\times 3}{210}$ 0/1

$= \frac{105}{210} = \frac{1}{2}$

ج- C: الثلاث المسحوبة من نفس اللون والرابعة من لون آخر إذن

$P(C) = \frac{Card\,C}{Card\,\Omega} = \frac{C_4^3 C_6^1 + C_3^3 C_7^1 + C_3^3 C_7^1}{210} = \frac{38}{210}$ 0/1

$= \frac{19}{105}$

$\boxed{2}$ حالة الاحتمال الشرطي: احتمال B علما أن C شرط محقق.

B: احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة

C: علما أن الثلاث الأولى من نفس اللون والرابعة من لون آخر

إذن $P_C(B) = \frac{P(B\cap C)}{P(C)}$

لدينا $P(B\cap C) = \frac{C_3^1 C_4^3 + C_3^1 C_3^3}{210}$ 0/1

$= \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$

إذن $P_C(B) = \frac{P(B\cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{19}{105}} = \frac{1}{14}\times\frac{105}{19} = \frac{15}{38}$

ومنه $P_C(B) = \frac{15}{38}$