11785150

امتحـــانات البكـــالوريا

خاص بكتابة الامتحان

62277

مادة: الرياضيات

الشعبة: العلوم الاقتصادية المستوى: الثانية بكالوريا

النقطة النهائية

20 على 20

التقدير المفسر للنقطة

اسم المصحح: نادية برجو المؤسسة: تامر رشيد التوقيع:

التمرين الأول

1- $(X-4)(X-2) = X^2 - 2X - 4X + 8$

$= X^2 - 6X + 8$

0,5

2- حلول المعادلة $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$

نعلم أن $(X-4)(X-2) = X^2 - 6X + 8$

نضع $X = e^x$ ونحصل على:

$(e^x - 4)(e^x - 2) = e^{2x} - 6e^x + 8$

ونعلم أن: $X = 4$

و $X = 2$

أي أن $e^x = 4$

و $e^x = 2$

وبالتالي $x = \ln(4)$

و $x = \ln(2)$

1

ومنه فإن

$S = \{\ln(2), \ln(4)\}$

التمرين الثاني:

1) لنحسب U_2:

لدينا $U_0 = 0$

نأخذ:

$U_{0+1} = \frac{1}{4} U_0 + 2$

$U_1 = \boxed{2}$

0,5

و

$U_2 = U_{1+1} = \frac{1}{4} U_1 + 2$

$= \frac{2}{4} + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \boxed{\frac{5}{2}}$

امتحانات البكالوريا

مادة: ....

الشعبة: .... المستوى: ....

النقطة النهائية

على ....

خاص بكتابة الامتحان

التقدير المفسر للنقطة

اسم المصحح: .... المؤسسة: .... التوقيع: ....

-2) $V_n = u_n - \frac{8}{3}$

أ- $V_0 = u_0 - \frac{8}{3}$

$= 0 - \frac{8}{3} = \boxed{-\frac{8}{3}}$

0,25

ب- لنحسب: $\frac{V_{n+1}}{V_n}$

لنحسب $V_{n+1} = u_{n+1} - \frac{8}{3}$

$= \frac{1}{4}u_n + 2 - \frac{8}{3} = \frac{1}{4}u_n + \frac{6}{3} - \frac{8}{3}$

$= \frac{1}{4}u_n - \frac{2}{3}$

1

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{1}{4}u_n - \frac{2}{3}}{u_n - \frac{8}{3}} = \frac{\frac{1}{4}u_n - \frac{2}{3}}{4\left(\frac{u_n}{4} - \frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{4} = q$

ومنه فإن:

V_n متتالية هندسية أساسها: $q = \frac{1}{4}$

ج- نعلم أن:

$V_n = V_0\, q^{n-0}$

$= -\frac{8}{3} \times (q)^n$

$= -\frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

1,5

لنستنتج أن $u_n = \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$

لدينا $V_n = u_n - \frac{8}{3}$

أي أن $u_n = \frac{8}{3} + V_n$

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها

$$u_n = \frac{8}{3} + \left(-\frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$
$$= \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$
$$= \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

د- لنحسب:

$$\lim_{x \to +\infty} u_n = \lim_{x \to +\infty} \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

بما أن $-1 < \frac{1}{4} < 1$

فإن: $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$

ومنه فإن $\lim_{x \to +\infty} u_n = \frac{8}{3}(1-0)$

$$= \boxed{\frac{8}{3}}$$

0,75

التمرين الرابع:

1) - أ-

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{C_4^4}{C_{10}^4} = \boxed{\frac{1}{210}}$$

1

حيث

$$\frac{C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{\frac{4!}{4!(0)!}}{\frac{10!}{4!(6)!}} = \frac{1}{210}$$

ب-

$$P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{C_3^1 \times C_7^3}{210}$$
$$= \frac{3 \times \frac{7!}{3! \times 4!}}{210} = \frac{3 \times 35}{210} = \frac{105}{210}$$
$$= \boxed{\frac{21}{42}}$$

1

ج-

$$P(C) = \frac{Card(C)}{Card(\Omega)} = \frac{C_4^3 \times C_6^1 + C_3^3 \times C_7^1 + C_3^3 \times C_7^1}{210}$$
$$= \frac{4 \times 6 + 1 \times 7 + 1 \times 7}{210} = \frac{38}{210} = \boxed{\frac{19}{105}}$$

1

2) أي أن :

$$P_C(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(C)}$$

لنحسب $P(A\cap B)$:

حيث $P(A\cap B)$ هو إحتمال الحصول على كرة واحدة بيضاء و 3 من الكرات المسحوبة هي من نفس اللون وكرة رابعة من لون آخر.

1

لنحسب

$$P(A\cap B) = \frac{Card(A\cap B)}{Card(\Omega)} = \frac{C_4^3\times C_3^1 + C_3^3\times C_3^1}{210}$$

$$= \frac{4\times 3 + 1\times 3}{210} = \frac{12+3}{210} = \frac{15}{210}$$

$$= \cancel{\boxed{\frac{3}{42}}}$$

ولدينا :

$$P(C) = \frac{19}{105}$$

لنعوض

$$P_C(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{42}}{\frac{19}{105}} = \frac{\frac{15}{210}}{\frac{38}{210}}$$

$$= \boxed{\frac{15}{38}}$$

التمرين الثالث :

1)-

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} + \ln x = \frac{1}{+\infty} + \ln(+\infty)$$

$$= 0 + +\infty = \boxed{+\infty}$$

1

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x} + \ln(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x}\times\frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} + \frac{\ln(x)}{x}$$

1

$$= \frac{1}{+\infty} + \frac{\ln(+\infty)}{+\infty}$$

$$= 0 + 0 = 0$$

امتحـــانات البكـــالوريا

خاص بكتابة الامتحان

النقطة النهائية

على

مادة:

الشعبة: المستوى:

التقدير المفسر للنقطة

اسم المصحح: المؤسسة: التوقيع:

التمرين الثالث: (تتمة)

1) تتمة:

التأويل الهندسي بما أن:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

فإن $f(x)$ تقبل فرع شلجمي في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

0,5

2) :

$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x = \frac{1}{x} + \frac{x\ln(x)}{x}$

$= \boxed{\frac{1 + x\ln(x)}{x}}$

0,25

$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{1 + x\ln(x)}{x}$

بما أن $\lim_{x \to 0^+} x\ln(x) = \boxed{0}$

و $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$

ومنه فإن:

$\lim_{x \to 0^+} \frac{1 + x\ln(x)}{x} = \frac{1 + 0}{0^+}$

$= \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$

1,25

ومنه فإن (C) يقبل مقارب عمودي معادلته $x=0$ بجوار $+\infty$.

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها

خاص بكتابة الامتحان

امتحانات البكالوريا

النقطة النهائية
على ....

مادة: ....
الشعبة: .... المستوى: ....

التقدير المفسر للنقطة

اسم المصحح: .... المؤسسة: .... التوقيع: ....

3)-أ-

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln(x)\right)'$$

$$= -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2}$$

$$= \boxed{\frac{x-1}{x^2}}$$

0,5

لكل x من $]0,+\infty[$.

ب)- لدينا المقام x^2 أكبر قطعا من الصفر و منه فإن إشارة f' هي إشارة البسط $x-1$.

سيكون جدول التغيرات كالتالي:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

1

4)-

$$f''(x) = \left(\frac{x-1}{x^2}\right)'$$

$$= \frac{(x-1)'x^2 - (x-1)(x^2)'}{x^4} = \frac{x^2 - (x-1)2x}{x^4}$$

0,5

$$= \frac{x^2 - (2x^2 - 2x)}{x^4}$$

$$= \frac{x^2 - 2x^2 + 2x}{x^4}$$

$f''(x) = \dfrac{-x^2+2x}{x^4}$

لنحدد نقطة انعطاف (C) :

$\dfrac{-x^2+2x}{x^4} = 0 \iff -x^2+2x=0$

$\iff x(-x+2)=0$

$x=0$ أو $x=2$

1,5

بالنسبة ل

$x=0$

فإنه غير ممكن لأن $0 \notin]0;+\infty[$

وبالتالي فإن

$S=\{2\}$

لنحسب :

$f(2) = \dfrac{1}{2} + \ln(2)$

ومنه فإن (C) يقبل نقطة إنعطاف جديدة:

$I\left(2; \dfrac{1}{2}+\ln(2)\right)$

5- أ- لنحسب باستخدام مكاملة الأجزاء:

$\displaystyle\int_1^3 \ln x \, dx$

نضع:

$u(x) = \ln x \longrightarrow u'(x) = \dfrac{1}{x}$

$v'(x) = 1 \longrightarrow v(x) = x$

$= \Big[x\ln(x)\Big]_1^3 - \displaystyle\int_1^3 \dfrac{x}{x}\,dx$

$= \Big[x\ln(x)\Big]_1^3 - \displaystyle\int_1^3 1\,dx$

$= \Big[x\ln(x)\Big]_1^3 - \Big[x\Big]_1^3 = 3\ln(3) - 1\ln(1) - (3-1)$

$= 3\ln(3) - 0 - 2$

$= \boxed{3\ln(3) - 2}$

1,5

ب) - لنحسب مساحة الجزء المخدش في الشكل: ~~أسفله~~

من الشكل نستنتج أن المساحة المخدشة محصورة بين (C) و المستقيمية $x=3$ و $x=1$ وبهذه المعطيات نحصل على:

$$A(x) = \int_1^3 |f(x)|\, dx = \int_1^3 \left| \frac{1}{x} + \ln x \right| dx$$

و بما أن الجزء المخدش يوجد فوق محور الأفاصيل فإنه موجب أي أن:

$$A(x) = \int_1^3 \frac{1}{x} + \ln x \, dx = \int_1^3 \frac{1}{x}\, dx + \int_1^3 \ln x \, dx$$

لدينا مما سبق:

$$\int_1^3 \ln x \, dx = 3\ln(3) - 2$$

ومنه فإن:

$$A(x) = \int_1^3 \frac{1}{x}\, dx + 3\ln(3) - 2$$

$$= [\ln x]_1^3 + 3\ln(3) - 2$$

$$= \ln(3) - \ln(1) + 3\ln(3) - 2$$

$$= 4\ln(3) - 2 .$$

1

ومنه فإن مساحة الجزء المخدش هي:

$$A(x) = 4\ln(3) - 2 \times (\text{الوحدة})$$