

تمرين 1 : لاحظ رئيس جمعية رياضية أنه في كل سنة تحتفظ الجمعية بـ 45% من منخرطيها القدامى ويكتسب فيها العنوية 800 منخرط جديد (نفترض أن تطور عدد المنخرطين يبقى بنفس الوتيرة سنة بعد سنة) نرسم بالرسم U_n لعدد المنخرطين بعد مرور n سنة ونضع $U_0 = 1600$

1) أ- احسب U_1, U_2, U_3 وبيّن أن لكل n من \mathbb{N} : $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$
 ب- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $U_n < 3200$
 ج- بين أن المتتالية (U_n) تزايدية واستنتج أنها متقاربة
 2) نضع لكل n من \mathbb{N} : $V_n = 3200 - U_n$
 أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$
 ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أن لكل n من \mathbb{N} : $U_n = 1600 \left(2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$
 ج- احسب عدد المنخرطين بعد مرور 10 سنوات. بعد كم سنة سيغرق عدد المنخرطين 3195؟
 د- احسب نهاية المتتالية (U_n)

تمرين 2 : يحتوي صندوق على خمس كرات سوداء تحمل الأرقام: 1, 1, 2, 2, 2 وأربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 2, 2, 2 (لا يمكن التمييز بين الكرات باللون)

① نسحب تانيا ثلاث كرات من الصندوق ونعتبر الحدثين التاليين:
 A « الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون » B « الكرات الثلاث المسحوبة تحمل أرقاماً زوجية »
 أ- احسب احتمال A و B و $A \cap B$ ، هل الحدثان A و B مستقلان؟
 ب- علماً أن الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون، ما هو احتمال أن تحمل أرقاماً زوجية؟

② نسحب الآن بالتتابع وبدون إرجاع كرتين من الصندوق، وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحب بمجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.
 أ- حدد القيم الممكنة التي يأخذها X وبيّن أن: $P(X=3) = \frac{1}{2}$
 ب- حدد قانون احتمال X واحسب أمل الرياضي.

③ نسحب بالتتابع وبإرجاع 10 كرات من الصندوق، احسب احتمال الحصول بالقطب 7 مرات على كرة بيضاء

