	امتحان تجريبي (2) أبريل 2014		Groupe Scolaire Nisse
1/2	الموضوع 1	المعامل: 04 مدة الإنجاز: 2 سا	المادة: الرياضيات الشعبة: علوم اقتصادية

تمرين 1 (4 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_0=0$ وكل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}=\frac{-4}{4+u_n}$

0,75 | 1) أ- برهن بالترجع أن كل n من $\mathbb{N}$: $u_n>-2$.

0,75 | ب- بين أن كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{-(u_n+2)^2}{4+u_n}$.

0,5 | ج- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة.

2) نضع كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{1}{u_n+2}$

1 | أ- برهن أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ محدداً حدّها الأول v_0

0,25 | ب- اكتب v_n بدلالة n.

0,75 | ج- تحقق أن $u_n=\frac{1}{v_n}-2$ واستنتج أن $u_n=\frac{-2n}{n+1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين 2 (2,5 ن)

نضع كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)=(2x-1)e^x$ و $G(x)=(2x-3)e^x$

0,75 | 1) أ- بين أن G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

0,75 | ب- استنتج أن: $\int_0^1 (2x-1)e^x dx=3-e$

1 | 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل: $I=\int_0^1 (x^2-x+1)e^x dx$

تمرين 3 (4,5 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات خضراء وكرتين حمراوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس). نسحب عشوائيا متآنيا ثلاث كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدثين: A "سحب كرتين حمراوين بالضبط" و B "سحب كرة واحدة حمراء على الأقل"

1 | بين أن $p(A)=\frac{1}{5}$ و $p(B)=\frac{4}{5}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة.

0,75 | أ- بين أن القيم التي يمكن أن يأخذها X هي 0 أو 1 أو 2.

2 | ب- حدد قانون احتمال X وتحقق أن الأمل الرياضي لـ X هو 1.

0,75 | 3) نكرر هذه التجربة خمس مرات، ما هو احتمال تحقق الحدث A ثلاث مرات بالضبط؟

تمرين 4 (9 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)= x^2+2-2\ln x$

1) أ- احسب $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و بين أن : $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	1
ب- بين أن لكل x من I : $g'(x)=\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$	0,5
ج- ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال I .	0,5
2) بين أن لكل x من I : $g(x)>0$	1

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال I بما يلي : $f(x)= x+1+\frac{2\ln x}{x}$

وليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm)$

1) أ- احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .	0,5
ب- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.	0,75
ج- بين أن المنحنى (C) فوق المستقيم (Δ) على المجال $]1,+\infty[$	0,25
2) أ- بين أن لكل x من I : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على I .	1
ب- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 1 .	0,5
ج- بين أن : $f(\frac{1}{2})=\frac{3-8\ln 2}{2}$ واستنتج أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]\frac{1}{2};1[$.	1
د- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C)	1
3) أ- بين أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}$	0,5
ب- احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ و $x=e$.	0,5