Groupe Scolaire

إمتحان تجريبي دورة فبراير 2011 مدة الانجاز : ساعتان	المستوى : السنة الثانية من سلك البكالوريا الشعبة : العلوم الاقتصادية المادة : الرياضيات - المعامل 04 .

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

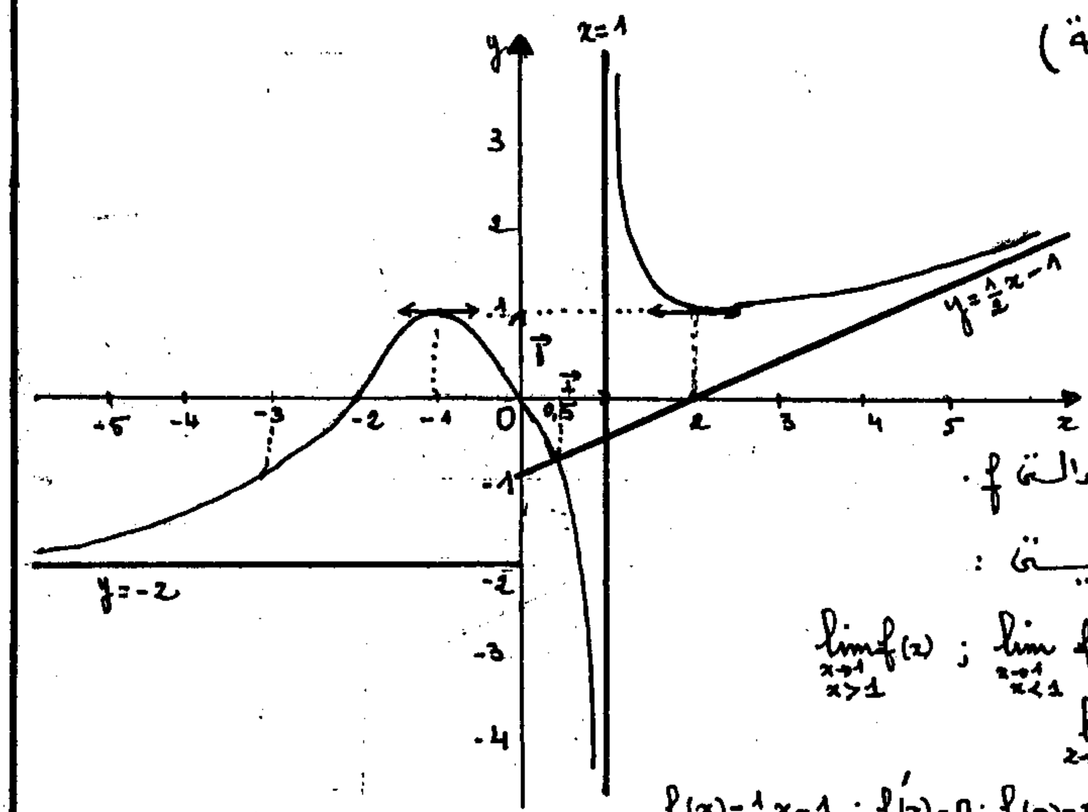
- الموضوع -

الصفحة 1/2

التمرين الأول : (3,5 نقطة)

f دالة عددية و (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

(المبيان جانبه)



1) أ - حدد D مجموعة تعريف الدالة f . 0,5

ب - احسب النهايات التالية :

$\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$; $\lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ 1,5

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-\frac{1}{2}x+1$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) أ - حل في D المعادلات : $f(x)=0$; $f'(x)=0$; $f(x)=\frac{1}{2}x-1$ 0,75

ب - حل في D المتراجحات : $f'(x)>0$; $f(x)\leq 0$; $f(x)+1\leq\frac{1}{2}x$ 0,75

التمرين الثاني : (5,5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases}$ $(n\in\mathbb{N})$

1) أ - بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_n > 2$ 0,75

ب - بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n = -\frac{(u_n-2)^2}{u_n+1}$ 0,5

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية وأن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 2 < u_n \leq 3$ 0,75

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ - بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية أساسها $\frac{1}{3}$. 1

ب - أكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$. 0,75

ج - استنتج أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{2n+9}{n+3}$. هل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة ؟ 1

د - حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث يكون : $u_n - 2 < 10^{-3}$. 0,75

www.9alami.info

مسألة (11 نقطة)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي : $g(x) = x^2+x-2+2\ln x$

1) أ - احسب النهايتين $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ (علل أجوبتك) 0,5

ب - بين أن الدالة g تزايدية قطعا على $\mathbb{R}_+^*$ ثم احسب $g(1)$ 0,75

2) بين أن : $(\forall x\in[1,+\infty[)\ g(x)\geq 0$ و $(\forall x\in]0,1[)\ g(x)<0$ 1

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x+\ln x - 2\frac{\ln x}{x}$. وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ - احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ 0,5

ب - تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $\frac{f(x)}{x} = 1+\frac{\ln x}{x} - 2\frac{\ln x}{x^2}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ 0,75

ج - بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ 0,5

2) أ - تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $f(x) = x+\left(\frac{x-2}{x}\right)\ln x$ ثم استنتج $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ، أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها . 1,25

3) أ - بين أن : $(\forall x\in]0,+\infty[)\quad f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ 1

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية على $[1,+\infty[$ وتناقصية على $]0,1]$. 0,5

4) أ - تحقق أن : $(\forall x\in]0,+\infty[)\ f(x)-x = \frac{(x-2)\ln x}{x}$ ثم حل المعادلة : $f(x)=x$ 0,75

ب - ضع جدول إشارة الجداء $(x-2)\ln x$ على $]0,+\infty[$ 0,5

ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) 0,5

د - أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C) . 1

III - لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي $u_0 = \frac{3}{2}$ وكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$

1) بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1 < u_n < 2$ 0,5

2) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية قطعا (يمكن استعمال السؤال 1) من II) 0,25

3) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة ثم احسب نهايتها . 0,75