C: RS26

الامتحان التجريبي (1)
دورة فبراير 2015

المـــــادة:	الرياضيات	المعامل:	4
الشعـــب(ة): أو المسلك	شعبة العلوم الإقتصادية بمسلكيها -علوم إقتصادية-علوم التدبير المحاسباتي -	مدة الإنجاز:	2س

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان: ساعتان(2h)؛
- عدد الصفحات: (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان الموضوع)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة.

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	معادلة ومتراجحة لوغاريتمية نبيرية	3.25نقط
التمرين الثاني	المتتاليات العددية	7نقط
التمرين الثالث	دراسة دالة لوغاريتمية نبيرية بواسطة دالة مساعدة	9.75نقط

الموضوع

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3.25 ن)

0.5 1)أ- حل في IR المعادلة: $x^2-x-2=0$

0.25 ب- بين أن لكل x من IR : $2x^3-3x^2-3x+2=(2x-1)(x^2-x-2)$

1.5 2)أ- حل في IR المعادلة: $2\ln^3 x-3\ln^2 x-3\ln x+2=0$

1 ب- حل في IR المتراجحة: $\ln^2 x-\ln x-2>0$

التمرين الثاني (7 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-4}{3-u_n}$ لكل n من IN .

0.25 1)أ- تحقق أن لكل n من IN $u_{n+1}=-3+\dfrac{5}{3-u_n}$

1 ب- برهن بالترجع أن : $-2<u_n<2$ لكل n من IN .

0.5 2) أ- بين أن : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n+2)(u_n-2)}{3-u_n}$ لكل n من IN

0.75 ب- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية ثم أن: $(\forall n\in IN)\quad u_n\in]-2,0]$

0.25 ج- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة

3) نضع : $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$ لكل n من IN .

1.5 أ – بين أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=5$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 ب- بين أن : $u_n=\dfrac{2(1+v_n)}{1-v_n}$ لكل n من IN واستنتج أن $u_n=\dfrac{2(1-5^n)}{1+5^n}$

0.5 ج- احسب (معللا جوابك) نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

0.25 4) أ- تحقق أن لكل n من IN : $u_n+2=\dfrac{4}{5^n+1}$

ب- ليكن n من IN بحيث: $10^{-5}<u_n+2<10^{-4}$

1 بين أن $39999<5^n<399999$ واستنتج قيم n

التمرين الثالث (9.75 ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=x-\ln x$.
ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

0.5 1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها

0.5 ب-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ وأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}=1$

0.5 ج- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(g(x)-x\right)$ واستنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه مستقيم يتم تحديد معادلته.

1 د- أدرس إشارة $g(x)-x$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

1.5 2)أ- تحقق أن $g'(x)=\dfrac{x-1}{x}$ لكل x من $]0;+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.
ثم استنتج أن $g(x)\geq 1$ لكل x من $]0;+\infty[$

1 ب- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C).

0.75 ج- ماهو عدد حلول المعادلة : $x=\ln\left(xe^{2015}\right)$ ؟ (علل جوابك)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(0)=-1 \\ f(x)=x^2+x-2x\ln x-1\;;(x>0)\end{cases}$

1 1) أ- أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها

1.5 ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ واستنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(لاحظ أن لكل x من $]0;+\infty[$: $f(x)=x^2\left(1+\dfrac{1}{x}-2\ln x-\dfrac{1}{x^2}\right)$)

0.75 2)أ- أثبت أن لكل x من $]0;+\infty[$ $f'(x)=2g(x)-1$

0.5 ب- بين أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$ (يمكن استعمال I-2)

0.5 3) أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,2;0,3[$

0.25 ب-أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 1 .