

التعريف الأول:

نعتبر القتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرّفة بما يلي:

$$u_{n+1} = \frac{5u_n}{3+2u_n} \quad ; \quad u_0 = 2$$

أ- نتحقق أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - 1 = \frac{3(u_n - 1)}{3 + 2u_n}$

ب- بين بالترجع أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 1$

ج- بين أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n^2)}{3+2u_n}$

د- بين أن القتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  تناقصية واستتبع أنها متقاربة.

ع- نضع كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$

أ- بين أن القتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية أساسها  $\frac{5}{3}$  محدد آ

حدّها الأول  $v_0 = \frac{2}{1}$

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  (عل جوابك)

ج- نتحقق أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{v_n}{v_n - 1}$  واستنتج أن

$$u_n = \frac{2 \times (\frac{5}{3})^n}{2 \times (\frac{5}{3})^n - 1} - 1$$

د- بين أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{2}{2 - (\frac{3}{5})^n}$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التعريف الثاني:

أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $5t^2 + 3t - 8 = 0$

ب- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلتين :  $\ln m + \ln(3+5x) = \ln 8$  ;  $\ln m + 3 \ln x - 8 = 0$

ع- نضع :  $A = \ln(\sqrt{2014} + \sqrt{2013}) - \ln(\sqrt{2014} - \sqrt{2013})$  و  $B = \frac{\ln 27 - \ln 8}{\ln 2 - \ln 3}$

و  $C = \ln(1 + \frac{1}{1957}) - \ln(\frac{1}{1957})$

أ- اعط قيما مسبطة لكل من العددين A و C -

ب- بين أن  $B = -3$

التعريف الثالث:

لنكن في الدالة العددية المعرّفة على  $\mathbb{R}^+$  ما يلي :

$f(x) = x \ln x - x - 1$  ;  $(x > 0)$  وليكن (C) منحنها الممثل في محط منحنى مد معنظ (0, 2, 4)

أ- بين أن الدالة  $f$  متحولة عو البمين في 0 .

ب- ادرس قابلية اشتقاق  $f$  عو البمين في 0 وأول هندسيها

النتيجة المحصل عليها .

ج- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  واستنتج أن المنحنى (C) يقبل (جوارح) فرعا شامعا يمينا يتم تحديدها اتجاهه .

ع- أ- بين أن كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \ln x$  واحسب  $f'(4)$

ب- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $]1; +\infty[$  وتناقصية عو  $]0; 1[$  .

ج- ضع حدود تخيرات الدالة  $f$  .

د- أ- بين أن المعادلة :  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيداً  $x_0$  عو المجال

$]3; 4[$

ب- أنشئ المنحنى (C) .