

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

التمرين 1

$$q_1 > 0$$

$$q_2 < 0$$

A

B

C

لوجد شحنة كهربائية q_1 في نقطة A حيث تحدث في نقطتين B و C مجالين كهروساكنين شدتهما على التوالي:

$$E_1(B) = 3,6 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$E_1(C) = 9 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

ضع في النقطة C شحنة كهربائية q_2 بحيث: $q_2 = -10^{-8} \text{ C}$

1- حدد مميزات القوة الكهروساكنة \vec{F} المطبقة على الشحنة الكهربائية q_2 .

2- مثل متجهة المجال الكهروساكن الكلي $\vec{E}(B)$ المحادث في النقطة B من طرف الشحنتين q_1 و q_2 .

3- احسب شدة المجال الكهروساكن $E_2(B)$ المحادث من طرف الشحنة q_2 في النقطة B، علما أن شدة المجال الكلي في هذه النقطة هي $E(B) = 7,2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$.

الحل

1- مميزات القوة الكهروساكنة \vec{F} :

نعلم أن:

$$\vec{F} = q_2 \vec{E}_1(C)$$

وبما أن: $q_2 < 0$

فإن للمتجهتين:

\vec{F} و $\vec{E}_1(C)$ منحيا متعاكسان.

إذن مميزات \vec{F} هي:

نقطة التأثير: النقطة C

خط التأثير: المستقيم المار من A و C.

المنحى: عكس منحى $\vec{E}_1(C)$ (من C نحو A وفق خط

التأثير).

الشدة:

$$\|\vec{F}\| = |q_2| E_1(C) = 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^3 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

2- تمثيل المجال الكلي في النقطة B:

$$\vec{E}(B) = \vec{E}_1(B) + \vec{E}_2(B)$$

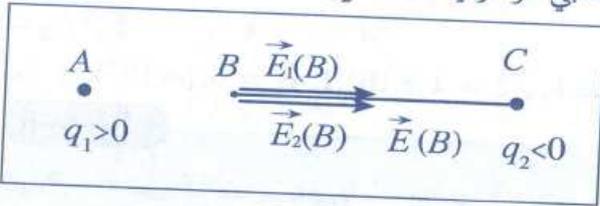
لدينا:

$\vec{E}_1(B)$: المجال المحادث من طرف q_1 في النقطة B

نابذ لأن $q_1 > 0$

$\vec{E}_2(B)$: المجال المحادث من طرف q_2 في النقطة B

انجذابي مركزي لأن $q_2 < 0$



3- حساب $E_2(B)$:

بما أن للمتجهتين $\vec{E}_1(B)$ و $\vec{E}_2(B)$ نفس المنحى

نكتب:

$$E(B) = E_1(B) + E_2(B)$$

$$E_2(B) = E(B) - E_1(B)$$

$$E_2(B) = 7,2 \cdot 10^4 - 3,6 \cdot 10^4$$

$$E_2(B) = 3,6 \cdot 10^4 \text{ V.m}^{-1}$$

ت ع :

التمرين 2

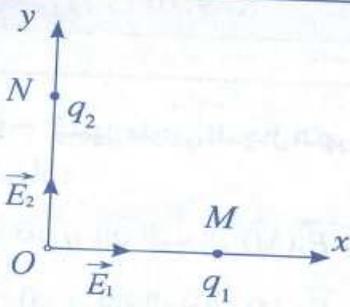
ضع على التوالي في نقطتين M و N شحنتين كهربائيتين q_1 و q_2 ، فتحدثان

في النقطة O أصل المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) مجالين كهروساكنين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 شدتهما:

$$E_1 = E_2 = 4,5 \cdot 10^7 \text{ V/m}$$

1- حدد إشارة كل من الشحنتين q_1 و q_2 .

2- احسب شدة المجال الكهروساكن الكلي \vec{E} المحادث في النقطة O.



سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

3- نضع في النقطة O شحنة كهربائية نقطية $q=7.10^{-9}C$. حدد مميزات \vec{F} القوة الكهروساكنة المطبقة على هذه الشحنة.

الحل

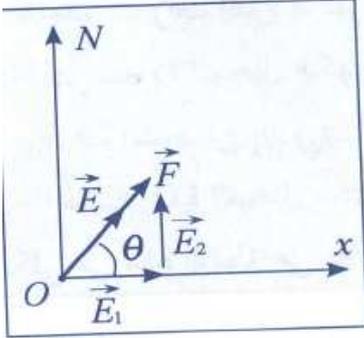
3- تحديد مميزات القوة الكهروساكنة \vec{F} :

حسب تعريف القوة الكهروساكنة نكتب للمتجهتين

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

وبما أن: $q > 0$ فإن \vec{F} و \vec{E} لهما نفس المنحى.

مميزات \vec{F} هي:
نقطة التأثير: النقطة O
خط التأثير: المستقيم
المر من O والذي يكون



زاوية θ مع المحور Ox حيث: $\tan \theta = \frac{E_2}{E_1} = 1$

$$\theta = 45^\circ$$

المنحى: نفس منحى \vec{E} (انظر الشكل).

$$F = |q| \cdot E.$$

$$F = 7.10^{-9} \cdot 6,36.10^7$$

$$F = 0,45N$$

1- تحديد إشارة q_1 و q_2 :

- بما أن المجال

\vec{E}_1 انجذابي نحو

النقطة M موضع

q_1 فإن: $q_1 < 0$.

- بما أن المجال

\vec{E}_2 انجذابي نحو

النقطة N موضع q_2 فإن: $q_2 < 0$

2- حساب E شدة المجال الكلي في النقطة O :

لدينا:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2$$

حيث:

$$\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$$

لأن:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad \text{، أي إن: } E = \sqrt{2E_1^2}$$

$$\text{لأن } E_1 = E_2$$

$$\text{إذن: } E = E_1 \sqrt{2} = 4,5.10^7 \cdot 1,41 = 6,36.10^7 \text{ V.m}^{-1}$$

التمرين 3

نعتبر شحنتين نقطيتين q_A و q_B وضعتا في النقطتين A و B من معلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . تحدث كل شحنة في النقطة M مجالاً كهروساكناً شدته $E_A(M) = E_B(M) = 7200 \text{ V/m}$

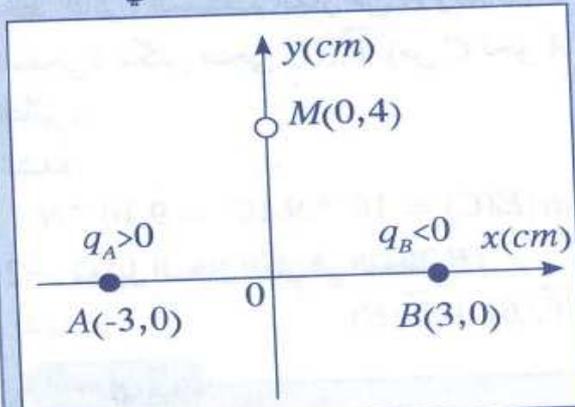
1- مثل متجهة المجال الكهروساكن الكلي $\vec{E}(M)$ المحداث من طرف الشحنتين في النقطة M .

2- عين قيمتي الشحنتين q_A و q_B .

3- احسب شدة المجال الكهروساكن $\vec{E}(M)$ في النقطة M .

4- نضع في النقطة M شحنة نقطية $Q = -2.10^{-8} \text{ C}$. حدد مميزات لقوة \vec{F} الكهروساكنة المطبقة على هذه الشحنة.

عطي $K = 9.10^9 \text{ (S.I)}$



الحل

1- تمثيل متجهي المجال الكهروساكن $\vec{E}_A(M)$ و $\vec{E}_B(M)$: إذن يمثل المجال الكلي في النقطة M ما أن:

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M)$$

بحيث:

(انظر الشكل أسفله).

$q_A > 0$ فإن المجال $\vec{E}_A(M)$ يكون نابذاً.

$q_B < 0$ فإن المجال $\vec{E}_B(M)$ يكون انجذابياً.

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

$$|q_B| = \frac{7200 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-9} C \quad \text{ت ع:}$$

$$q_B = -2 \cdot 10^{-9} C \quad \text{وبما أن: } q_B < 0 \quad \text{فإن:}$$

3- حساب شدة المجال $\vec{E}(M)$:

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos \theta} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$E_A = E_B \quad \text{لدينا:}$$

$$E = \sqrt{2E_A^2 + 2E_A^2 \cos \theta}$$

$$E = \sqrt{2E_A^2(1 + \cos \theta)}$$

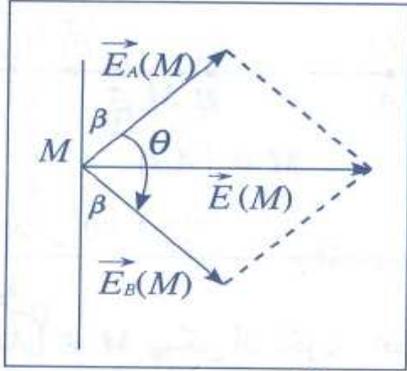
$$E = E_A \sqrt{2(1 + \cos \theta)}$$

$$E = E_A \sqrt{2(1 + \cos(\pi - 2\beta))}$$

$$\tan \beta = \frac{OB}{OM} = \frac{3}{4} \quad \text{لدينا:}$$

$$\tan \beta = 0,75 \Rightarrow \beta = 36,86$$

$$E = 7200 \sqrt{2(1 + \cos(180 - 2 \cdot 36,86))} \\ = 11,52 \cdot 10^3 V/m$$



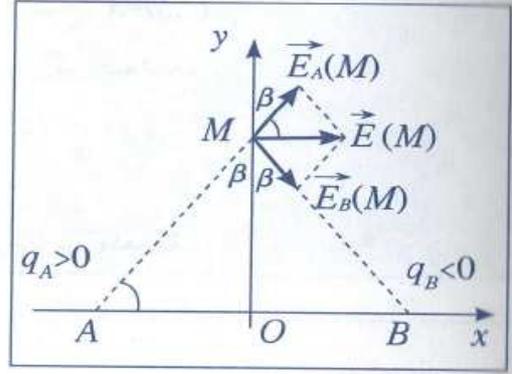
4- مميزات القوة \vec{F} المطبقة على الشحنة Q :

$$\vec{F} = Q\vec{E}(M) \quad \text{نعلم أن:}$$

وبما أن $Q < 0$ فإن \vec{F} و $\vec{E}(M)$ لهما نفس الاتجاه ومنحيان متعاكسان

$$\|\vec{F}\| = |Q| \cdot E(M) \quad \text{شدة القوة } \vec{F} \text{ :}$$

$$F = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 11520 = 2,3 \cdot 10^{-4} N \quad \text{ت ع:}$$



2- تعيين قيمتي الشحنتين q_A و q_B :

$$E_A(M) = K \cdot \frac{|q_A|}{r_1^2} \quad \text{* لدينا:}$$

$$|q_A| = \frac{E_A \cdot r_1^2}{K} \quad \text{إذن:}$$

$$r_1 = AM \quad \text{حيث:}$$

لحساب r_1 نستخدم علاقة فيثاغورس:

$$r_1^2 = OA^2 + OM^2$$

$$r_1 = \sqrt{OA^2 + OM^2}$$

$$r_1 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ cm} \quad \text{ت ع:}$$

$$|q_A| = \frac{7200 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-9} C$$

$$q_A = 2 \cdot 10^{-9} C \quad \text{فإن: } q_A > 0 \quad \text{وبما أن:}$$

$$E_B(M) = \frac{K \cdot |q_B|}{r_2^2} \quad \text{* لدينا:}$$

$$|q_B| = \frac{E_B(M) \cdot r_2^2}{K} \quad \text{إذن:}$$

$$r_2 = BM \quad \text{مع:}$$

لحساب r_2 نستخدم علاقة فيثاغورس:

$$r_2^2 = OB^2 + OM^2$$

$$r_2 = \sqrt{OB^2 + OM^2}$$

$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

التمرين 4

نضع على التوالي في نقطتين A و B تفصل بينهما مسافة $d = AB = 60 \text{ cm}$ شحنتين نقطيتين q_1 و q_2 حيث: $|q_1| = 4|q_2|$. تنتمي النقطتان A و B إلى نفس المحور $x'Ox$ حيث تنطبق A مع أصل المعلم.

1- باعتبار الشحنتين q_1 و q_2 لهما نفس الإشارة الموجبة.

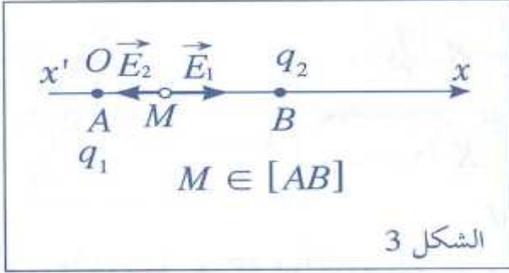
1.1- مثل في نقطة M من المستقيم AB متجهة المجال الكهروساكن المحداث من طرف كل شحنة بحيث $M \in [AB]$ و $M \notin [AB]$. ماذا تستنتج.

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

- 2.1- أعط تعبير شدة المجال الكهروساكن الكلي في النقطة M (نضع: $AM=x$).
- 3.1- حدد موضع النقطة M_0 حيث تكون متجهة المجال الكهروساكن منعدمة.
- 2- باعتبار الشحنتين q_1 و q_2 لهما إشارتان متقابلتان. (نأخذ $q_1 > 0$).
- 1.2- أعط تعبير شدة المجال الكلي في النقطة M .
- 2.2- حدد موضع النقطة M_1 حيث تكون متجهة المجال الكهروساكن منعدمة.

الحل

نجد (انظر الشكل 3).



يلاحظ في الحالتين الأولى و الثانية أن متجهة المجال الكلي المحدث من طرف الشحنتين لا يمكنه أن يكون منعدما خارج القطعة $[AB]$.

لكن عندما تكون النقطة M منتمة للقطعة $[AB]$ ، يمكن أن تنعدم متجهة المجال الكهروساكن الكلي.

2.1- تعبير شدة المجال الكلي:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

نعلم أن:
- الشكل 1

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = K \frac{q_1}{x^2} = K \frac{4q_2}{x^2}$$

مع:

$$E_2 = K \frac{q_2}{(x-d)^2}$$

$$E = Kq_2 \left(\frac{4}{x^2} + \frac{1}{(x-d)^2} \right)$$

إذن:

- الشكل 2

$$E = E_1 + E_2$$

مع:

$$E_1 = K \frac{q_1}{x^2} = \frac{4Kq_2}{x^2}$$

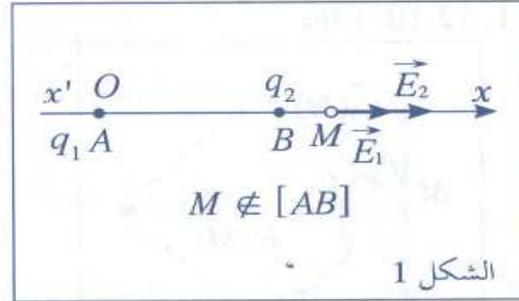
$$E_2 = K \frac{q_2}{(d+x)^2}$$

$$E = Kq_2 \left(\frac{4}{x^2} + \frac{1}{(d+x)^2} \right)$$

1.1- تمثيل المجالين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 :

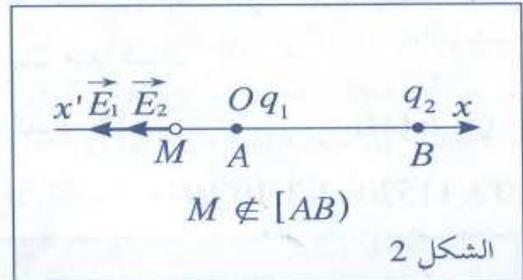
الحالة الأولى:

في حالة $M \notin [AB]$ يمكن أن يكون أفصول النقطة x_M موجبا. وبما أن للشحنتين q_1 و q_2 نفس الإشارة الموجبة فإن بنية المجالين تكون نابذة حيث نجد (انظر الشكل 1).



الحالة الثانية:

في حالة $M \notin [AB]$ يمكن أن يكون أفصول النقطة x_M سالبا. وبما أن للشحنتين q_1 و q_2 نفس الإشارة الموجبة فإن بنية المجالين تكون نابذة حيث نجد (انظر الشكل 2).



الحالة الثالثة:

في حالة $M \in [AB]$ يكون أفصول النقطة x_M موجبا باعتبار A أصلا للمعلم. وبما أن للشحنتين q_1 و q_2 نفس الإشارة الموجبة فإن بنية المجالين تكون نابذة حيث

سلسلة تمارين في المجال الكهروستاتيكي

$$E_1 = K \frac{q_1}{x^2} = \frac{4K|q_2|}{x^2}$$

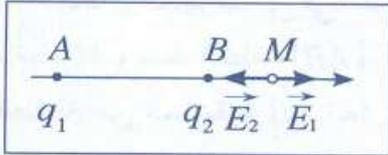
$$E_2 = \frac{K|q_2|}{(d-x)^2}$$

$$E = K|q_2| \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2} \right)$$

$$E = K|q_2| \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2} \right)$$

إذن:

$M \notin [AB] -$



$$E = E_1 - E_2$$

$$E_1 = \frac{Kq_1}{x^2} = \frac{4K|q_2|}{x^2}$$

$$E_2 = \frac{K|q_2|}{(d+x)^2}$$

$$E = K|q_2| \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{(d+x)^2} \right)$$

$$E = K|q_2| \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{(d+x)^2} \right)$$

إذن:

2.2- تحديد M_1 :

$$E = E_1 - E_2 = 0$$

لدينا:

$$\frac{4}{x_1^2} - \frac{1}{(x_1 - d)^2} = 0$$

$$4(x_1 - d)^2 = x_1^2$$

إذن:

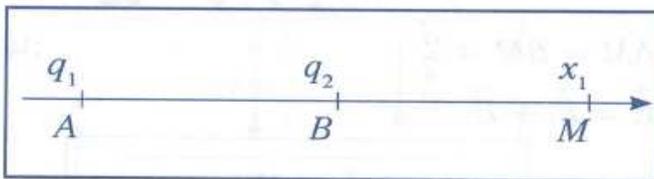
$$x_1 > 0$$

حيث

$$2(x_1 - d) = x_1$$

$$x_1 = 2d$$

إذن:



$$E = E_1 - E_2 = 0$$

$$\frac{4}{x_1^2} - \frac{1}{(d+x_1)^2} = 0$$

$$4(d+x_1)^2 = x_1^2$$

$$x_1 < 0$$

حيث:

$$E = E_1 - E_2$$

$$E_1 = K \frac{q_1}{x^2} = \frac{4Kq_2}{x^2}$$

$$E_2 = K \frac{q_2}{(d-x)^2}$$

$$E = Kq_2 \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2} \right)$$

3.1- تحديد موضع النقطة M_0 :

يكون المجال الكهروستاتيكي الكلي منعدما عندما يكون

لـ \vec{E}_1 و \vec{E}_2 منحنيان متعاكسان حيث:

$$E = kq_2 \left(\frac{4}{x_0^2} - \frac{1}{(d-x_0)^2} \right) = 0$$

$$\frac{4}{x_0^2} = \frac{1}{(d-x_0)^2}$$

$$4(d-x_0)^2 = x_0^2$$

$$2(d-x_0) = \pm x_0$$

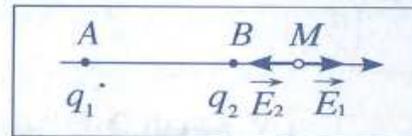
$$2d = \pm x_0 + 2x_0$$

$$x_0 = \frac{2}{3}d \quad \text{أو} \quad x_0 = 2d \quad \text{حل غير مقبول}$$

$$x_0 = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40 \text{ cm}$$

3.2- تعبير $E(M)$:

$M \notin [AB]$



$$E = E_1 - E_2$$

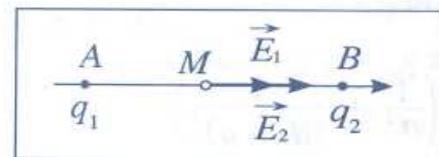
$$E_1 = K \frac{q_1}{x^2} = K \frac{4|q_2|}{x^2}$$

$$E_2 = K \frac{|q_2|}{(x-d)^2}$$

$$E = K|q_2| \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{(x-d)^2} \right)$$

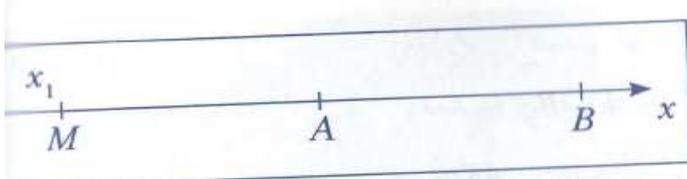
إذن:

$M \in [AB]$



$$E = E_1 + E_2$$

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن



$$-2(d+x_1)=x_1$$

$$3x_1=-2d$$

$$x_1=-\frac{2}{3}d$$

إذن:

التمرين 5

تفصل بين شحنتين نقطيتين كهربائيتين q_1 و q_2 وضعتا على التوالي في نقطتين A و B مسافة $d=10\text{cm}$ ، حيث $q_1=q_2=1\text{nC}$ ($1\text{nC}=10^{-9}\text{C}$)

- 1- احسب شدة القوة الكهروساكنة التي تطبقها كل شحنة على الأخرى.
- 2- عين شدة المجال الكهروساكن في كل حالة من الحالات التالية:
 - 1.2- في النقطة M وسط القطعة [AB]
 - 2.2- في نقطة N من المستقيم AB تبعد عن B بمسافة $a=10\text{cm}$.
 - 3.2- في نقطة C من واسط القطعة [AB] تبعد عن M بمسافة $b=5\text{cm}$.

نعطي: $k=9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$

الحل

\vec{E}_2 المجال المحداث من طرف q_2 في الموضع M وهو نابذ من B.

بما أن للمجالين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 منحنيين متعاكسين، وبما أن للشحنتين نفس القيمة المطلقة وتبعدان بنفس المسافة عن M، فإن:

$$E = E_1 - E_2$$

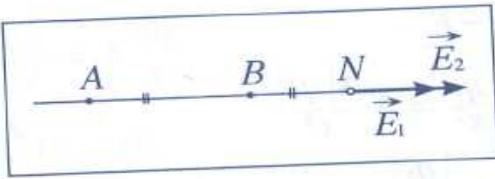
بما أن:

$$E_1 = E_2 = K \frac{q^2}{(d/2)^2}$$

أي إن:

$$E = 0 \text{ V.m}^{-1}$$

2.2- تعيين E في الموضع N:



حسب قانون تجميع متجهات المجال الكهروساكن نكتب:

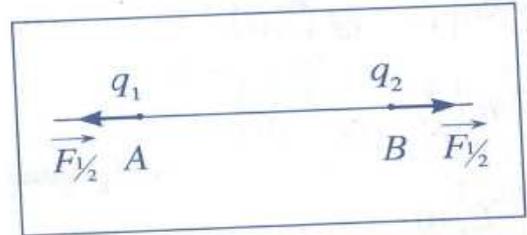
$$E = E_1 + E_2$$

$$E = K \frac{q_2}{a^2} + K \frac{q_1}{(d+a)^2}$$

وبما أن: $q_1 = q_2$ فإن:

$$E = Kq_1 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(d+a)^2} \right)$$

1- حساب شدة القوة الكهروساكنة:



تطبق الشحنة q_1 على الشحنة q_2 قوة $\vec{F}_{1/2}$
تطبق الشحنة q_2 على الشحنة q_1 قوة $\vec{F}_{2/1}$

ب:

$$F = F_{1/2} = F_{2/1} = K \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2}$$

ع:

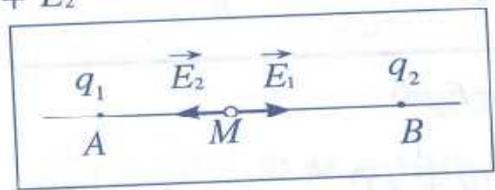
$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-9}}{(0,1)^2} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

1- تعيين E في الموضع M:

ب:

$$AM = BM = \frac{d}{2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



لـ مجال المحداث من طرف q_2 في الموضع M وهو من A.

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

$$AC = BC = \sqrt{AM^2 + MC^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-9}}{(5\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2}$$

$$= 1800 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\tan \alpha = \frac{MB}{CM} = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\cos \alpha = \frac{E_2}{E}$$

$$E = E_2 / \cos \alpha$$

$$E = 1800 / \cos 45^\circ$$

$$E = 2545,6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

مع:

إذن:

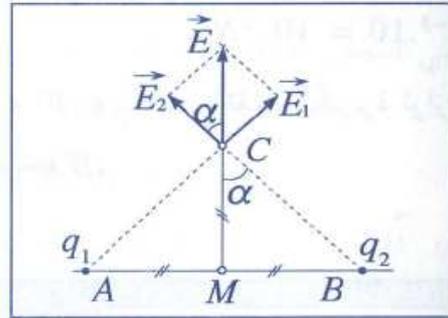
ت ع:

ت ع:

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{(0,1)^2} + \frac{1}{(0,1+0,1)^2} \right)$$

$$E = 1125 \text{ V/m}$$

3.2 - في الموضع C:

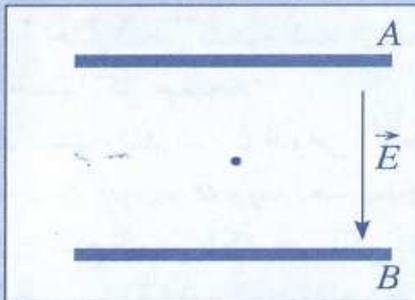


بما أن C تبعد بنفس المسافة عن النقطتين A و B.

$$E_1 = E_2 = \frac{K \cdot q_1}{AC^2} = \frac{K \cdot q_2}{BC^2}$$

فإن:

التمرين 6



نعتبر صفيحتين فلزيتين متوازيتين A و B تحملان شحنتين مختلفتين، حيث يسود بينهما مجال كهروساكن منتظم شدته: $E = 10^5 \text{ V/m}$.

1- حدد نوع الشحنة التي تحملها كل صفيحة.

2- نضع داخل المجال الكهروساكن \vec{E} في النقطة O، كويرة كتلتها $m = 1 \text{ g}$ وشحنتها $q < 0$.

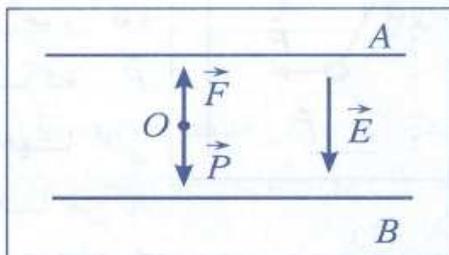
1.2- مثل القوى المطبقة على الكويرة.

2.2- احسب قيمة الشحنة q، علما أن الكويرة توجد في حالة توازن.

3- غير قيمة شحنة الكويرة حيث تصبح $q' = -9 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ في أي منحى تنتقل الكويرة.

عطي: $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ؛ $K = 9 \cdot 10^9 \text{ (S.I)}$

الحل



2.2- حساب قيمة الشحنة q:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \quad \text{إذن: لدينا الكويرة في توازن،}$$

بإسقاط هذه العلاقة على المحور الرأسي نجد:

$$P - F = 0$$

1- تحديد نوع الشحنة:

نعلم أن منحى متجهة المجال الكهروساكن يكون نابذاً من الشحنة الموجبة وانجذاباً نحو الشحنة السالبة، إذن: الصفيحة A تحمل شحنة موجبة، والصفيحة B تحمل شحنة سالبة.

1.2- تمثيل القوى:

تخضع الكرية إلى القوى التالية:

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad \text{وزن الكرية.}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \text{القوة الكهروساكنة.}$$

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

أي إن: $F=P$

ومنه: $|q|E = mg$

ت ع: $|q| = \frac{mg}{E}$

وبما أن: $q < 0$ فإن: $|q| = \frac{1.10^{-3}.10}{10^5}$

3- تحديد منحنى انتقال الكويرة:

- تخضع الكويرة التي تحمل الشحنة q' ، إلى قوة

كهرساكنة شدتها F' حيث:

$F' = |q'|.E$

$F' = 9.10^{-8}.10^5$

$F' = 9.10^{-3}N$

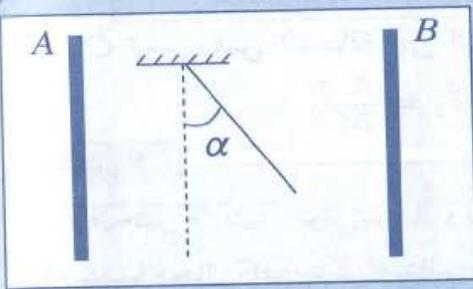
قيمة وزن الكويرة هي:

$p = mg$

$p = 10^{-3}.10 = 10^{-2}N$

حيث $F' < P$ ، وبالتالي تفقد الكويرة توازنها وتنتقل نحو الصفيحة B.

التمرين 7

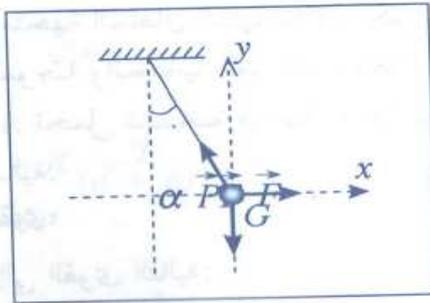


يتكون نواس كهروساكن من كويرة كتلتها $m=10g$ معلقة بواسطة خيط عازل كهربائيا كتلته مهملة. نكهرب الكويرة بشحنة $q=10^{-6}C$ ثم نضع النواس داخل مجال كهروساكن منتظم شدته E . فينحرف الخيط بزاوية $\alpha=13^\circ$.

- 1- حدد منحنى متجهة المجال الكهروساكن \vec{E} واستنتج نوع الشحنة التي تحملها كل صفيحة.
- 2- بدراستك لتوازن النواس، أوجد تعبير شدة المجال الكهروساكن \vec{E} بدلالة: m, g, α و q . احسب E .
- 3- نضع النواس الكهروساكن داخل مجال كهروساكن منتظم رأسي منحاه نحو الأعلى وشدته $E'=10^5V/m$ ، احسب شدة القوة المطبقة من طرف الخيط على الكويرة.

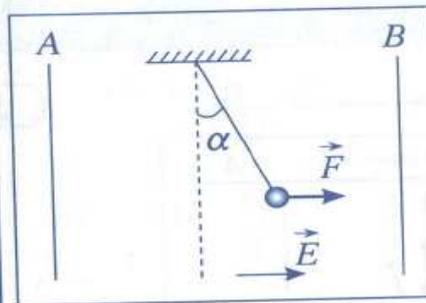
الحل

- 1- منحنى \vec{E} من الصفيحة A نحو الصفيحة B. وبالتالي نأخذ من A التي تحمل شحنة موجبة وانجاذبي نحو B التي تحمل شحنة سالبة.
- 2- دراسة توازن النواس:



تخضع الكويرة للقوى التالية: \vec{T} و \vec{F} و \vec{P}

1- تحديد منحنى \vec{E} :



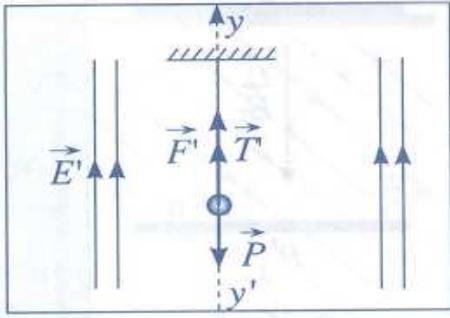
انحراف كويرة النواس الكهروساكن ناتج عن قوة كهروساكنة \vec{F} اتجاهها أفقي ومنحاهما من A نحو B (انظر الشكل).

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

حيث: $q > 0$ فإن: للمتجهين \vec{F} و \vec{E} نفس المنحنى، إذن:

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

3- حساب شدة القوة \vec{T} :



جهد القوى:

وزن الكوية: \vec{P}

القوى الكهروساكنة: $\vec{F}' = q\vec{E}'$

تأثير الخيط: \vec{T}

$$\vec{P} + \vec{F}' + \vec{T} = \vec{0} \quad \text{عند التوازن نكتب:}$$

إذن بإسقاط العلاقة على المحور $y'y$:

$$-P + F' + T = 0$$

$$T = P - F'$$

$$T = mg - qE'$$

$$= 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 10^{-6} \cdot 10^5$$

ت ع:

$$T = 0N$$

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0} \quad \text{عند التوازن نكتب:}$$

إحداثيات القوى في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) هي:

$$\vec{T} \begin{cases} T_x = -T \sin \alpha \\ T_y = T \cos \alpha \end{cases} \quad \vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P \end{cases} \quad \vec{F} \begin{cases} F_x = F \\ F_y = 0 \end{cases}$$

الإسقاط على المحور Gx :

$$0 + F - T \sin \alpha = 0$$

$$(1) \quad T \cdot \sin \alpha = F$$

على المحور Gy :

$$P_y + F_y + T_y = 0$$

$$-P + 0 + T \cos \alpha$$

$$(2) \quad T \cdot \cos \alpha = P$$

$$\frac{F}{P} = \frac{T \cdot \sin \alpha}{T \cdot \cos \alpha} \quad \text{بحسب (1) على (2) نجد:}$$

$$\frac{|q|E}{mg} = \tan \alpha$$

$$E = \frac{mg}{|q|} \cdot \tan \alpha$$

$$E = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10^{-6}} \cdot \tan 13^\circ$$

$$E = 2,3 \cdot 10^4 V \cdot m^{-1}$$

التمرين 8



الشكل 1

1- يمثل الشكل (1) صفيحتين فلزيّتين P_1 و P'_1 متوازيتين ورأسيتين، يوجد بينهما مجال كهروساكن منتظم متجهته \vec{E}_1 وشدته $E_1 = 100 Vm^{-1}$.

1.1- كيف هو شكل طيف هذا المجال؟

2.1- أعط مميزات القوة الكهروساكنة المطبقة على شحنة كهربائية نقطية $q = 10^{-6} C$ توجد داخل هذا المجال.

3.1- ما الذي يتغير في مميزات هذه القوة إذا عوضنا الشحنة الكهربائية q بشحنة كهربائية نقطية $q' = -q$ ؟

2- نعتبر صفيحتين فلزيّتين P_2 و P'_2 متوازيتين وأفقيّتين يوجد بينهما مجال كهروساكن منتظم متجهته \vec{E}_2 ، وشدته $E_2 = \sqrt{3} \cdot 10^2 Vm^{-1}$. نضع الصفائح الأربع كما هو مبين في الشكل (3) دون أن يحدث بينهما تماس. نعتبر

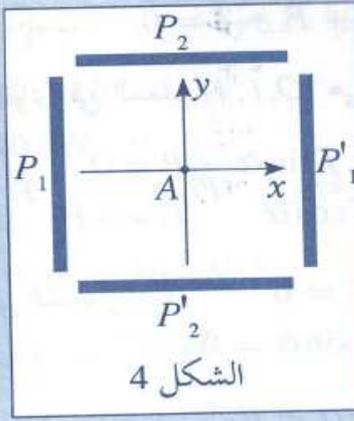
قطعة A داخل الحيز الذي تحده الصفائح الأربع كما هو مبين في الشكل (4).

1.1- عين الشدة E_A لمتجهة المجال الكهروساكن \vec{E}_A المحداث في النقطة A.

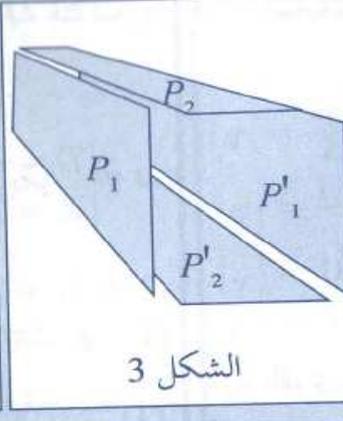
2.1- ما قيمة الزاوية α التي يُكوّنها اتجاهها المتجهتين \vec{E}_A و \vec{E}_1 .

3.1- استنتج شكل طيف المجال الناتج عن تراكب المجالين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 داخل الحيز الذي تحده الصفائح الأربع، أعط اتجاه خطوط المجال بالنسبة للخط الأفقي.

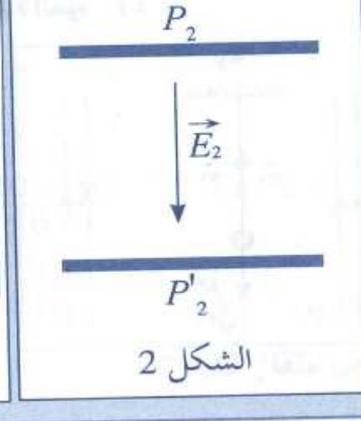
سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن



الشكل 4



الشكل 3



الشكل 2

الحل

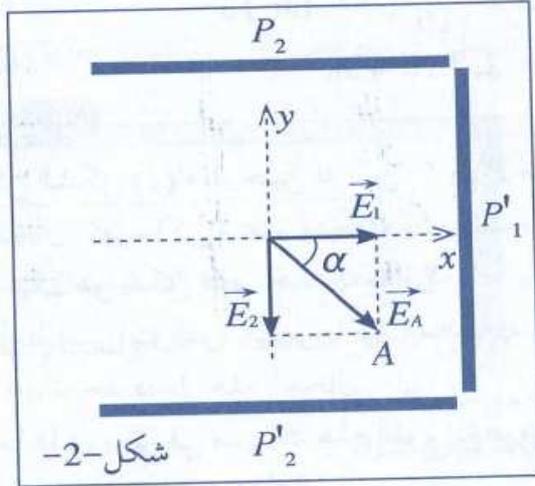
1.1 - شكل طيف المجال:
بما أن: $q' < 0$ فإن منحنى \vec{F}' يصبح معاكسا لمنحنى \vec{E} .
بينما تحافظ القوة على نفس الاتجاه ونفس الشدة.

1.1 - شكل طيف المجال:
طيف المجال الكهروساكن عبارة عن خطوط أفقية عمودية على الصفيحتين وموجهة من P_1 نحو P_2 (انظر الشكل 1).

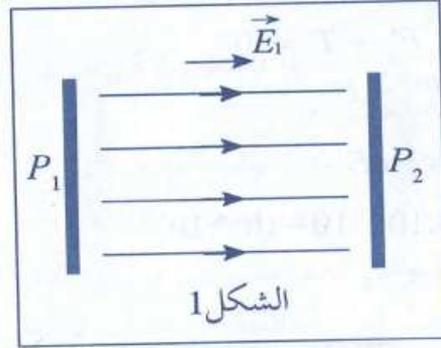
1.2 - تعيين شدة المجال الكهروساكن:
لدينا: $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

$$E_A = \sqrt{(100)^2 + (\sqrt{3} \cdot 10^2)^2} = 2 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$$

2.2 - قيمة الزاوية α :



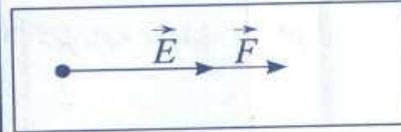
شكل-2



الشكل 1

2.1 - مميزات القوة الكهروساكنة \vec{F} :

تخضع الشحنة الكهربائية الموجودة داخل مجال

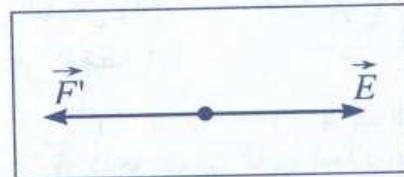


كهروساكن إلى قوة كهروساكنة حيث نكتب: $\vec{F} = q\vec{E}$

بما أن $q > 0$ فإن \vec{F} و \vec{E} لهما نفس الاتجاه ونفس المنحنى.

الشدة: $F = q \cdot E = 10^{-8} \cdot 100 = 10^{-6} \text{ N}$

3.1 - الميزة التي تتغير:



لدينا: $\vec{F}' = q'\vec{E}$

$$\tan \alpha = \frac{E_2}{E_1}$$

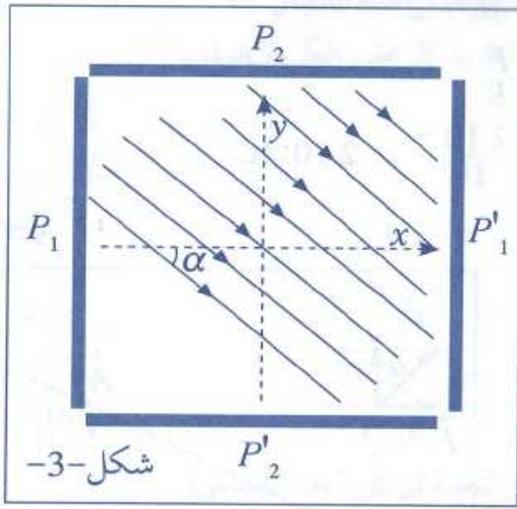
من الشكل لدينا:

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^2}{100}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

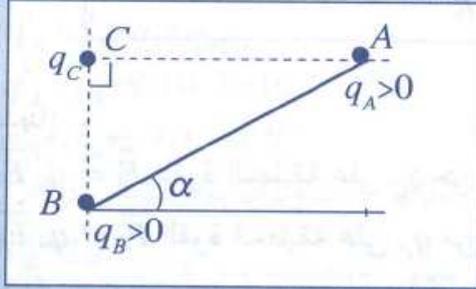


شكل-3

3.2 - شكل خطوط المجال داخل الصفائح:

خطوط المجال الكهروساكن الناتج عن تراكب المجالين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 متوازية فيما بينها ومائلة بالنسبة للخط الأفقي بزاوية $\alpha = 60^\circ$ ، وموجهة وفق منحى \vec{E}_A (انظر الشكل).

التمرين 9



اهمل الاحتكاك ونضع في نقطة A من مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ ، كرية (A) كتلتها $m=4g$ تحمل شحنة كهربائية $q_A > 0$. ونضع في نقطة B من نفس المستوى كرية (B) شحنتها $q_B > 0$ ، حيث تحدث مجالا كهروساكنا في النقطة A شدته $E = 10^6 V/m$. (انظر الشكل)

1- احرد القوى المطبقة على الكرية (A).

2- احسب شدة القوة الكهروساكنة المطبقة على (A). واستنتج قيمة الشحنة الكهربائية للكرية (A)، إذا علمت أن هذه الأخيرة توجد في حالة توازن.

3- تحدث مجالا كهروساكنا في النقطة C شدته $E_1 = 210^6 V/m$ وتحدث الشحنة q_B في نفس النقطة C مجالا كهروساكنا $E_2 = 4 \cdot 10^6 V/m$. احسب شدة القوة الكهروساكنة المطبقة على شحنة كهربائية $q_C = 10^{-8} C$ توجد في النقطة C.

4- استنتج مميزات هذه القوة \vec{F}_C .

5- استنتج مميزات \vec{E} المجال الكهروساكن في النقطة C.

الحل

2- تعيين q_A :

توجد الكرية (A) في توازن، إذن: $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

الإسقاط على المحور $(x'x)$

$$P_x + R_x + F_x = 0$$

$$-P \sin \alpha + 0 + F = 0$$

$$F = P \cdot \sin \alpha$$

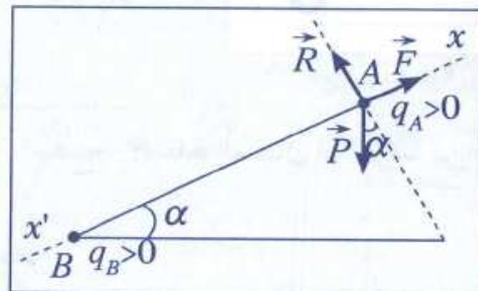
إذن:

$$F = mg \cdot \sin \alpha = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \sin 30$$

$$F = 2 \cdot 10^{-2} N$$

حسب تعريف شدة القوة الكهروساكنة:

1- جرد القوى:



\vec{P} : وزن الكرية (A).

\vec{R} : تأثير المستوى

\vec{F} : القوة الكهروساكنة المطبقة من طرف q_B .

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

حيث:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(2.10^6)^2 + (4.10^6)^2}$$

$$E = 4,47.10^6 V.m^{-1}$$

$$F_e = 10^{-8} \cdot 4,47.10^6$$

$$F_e = 4,47310^{-2} N$$

4- مميزات \vec{F}_c :

نقطة التأثير: النقطة C

خط التأثير: المستقيم المار من C والذي يكون زاوية α مع الخط الرأسي.

$$\tan \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \frac{2.10^6}{4.10^6} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha \approx 26,56^\circ$$

المنحى: من الأسفل نحو الأعلى وفق خط التأثير

$$F_c = 4,47.10^{-2} N$$

5- مميزات \vec{E} في النقطة C:

بما أن $F_c = q_c \vec{E}$ فإننا نجد بالنسبة لـ $q_c > 0$

الاتجاه: المستقيم الذي يكون زاوية $\alpha = 26,56^\circ$ مع الخط الرأسي.

$$E = 4,47.10^6 V.m^{-1}$$

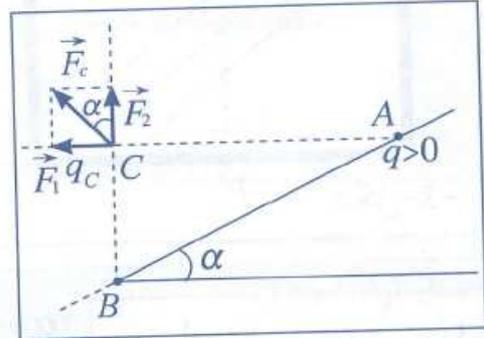
المنحى: من الأسفل نحو الأعلى وفق الاتجاه.

$$F = qE$$

$$q = \frac{F}{E}$$

$$q = \frac{2.10^{-2}}{10^6} = 2.10^{-8} C$$

3- تعيين \vec{F}_c :



$$\vec{F}_c = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

لدينا:

$$\vec{F}_1 = q_c \vec{E}_1 \text{ القوة المطبقة على } q_c \text{ من طرف } q_A.$$

$$\vec{F}_2 = q_c \vec{E}_2 \text{ القوة المطبقة على } q_c \text{ من طرف } q_B.$$

$$\vec{F}_c = q_c (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

إذن:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

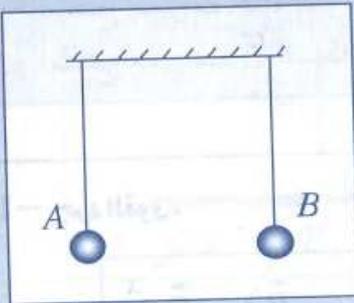
$$\vec{F}_c = q_c \vec{E}$$

$$\|\vec{F}_c\| = |q_c| \cdot \|\vec{E}\|$$

إذن:

التمرين 10

نعتبر نواسين كهروساكنين متماثلين، يتكون كل منهما من كرية فلزية نقطية كتلتها $m=1g$ معلقة بخيط عازل:



نكهرب قضيبا من الإيونيت يحكه بالفرو ونلمس به الكرية A. ونكهرب قضيبا من الزجاج يحكه بالقماش ونلمس به الكرية B.

1- ما نوع الشحنة الكهربائية التي تحملها كل كوية بعد التماس. ماذا يحدث بينهما؟

2- تحدث الكوية A في النقطة B مجالا كهروساكنا شدته $E=10^5 V/m$ ، علما أن شحنة $q_B=9.10^{-10} C$ هي:

1.2 حدد مميزات \vec{F} القوة الكهروساكنة المطبقة على الكرية B.

2.2 إذا كانت الكرية A تحمل شحنة كهربائية $q_A=-10^{-8} C$. استنتج شدة المجال الكهروساكن المحداث من طرف الكوية B في النقطة A.

3- ننجز التماس بين الكريتين، احسب شحنة كل منهما بعد التماس.

الحل

1- نوعا الشحنة:

- يحمل قضيب الإيونيت شحنة سالبة عند حكه بالفرو، وبالتالي فإن الكرية A تحمل نفس الشحنة السالبة عند لمسها قضيب الإيونيت.

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

2.2 - استنتاج شدة المجال \vec{E}_2 :

تطبق الكرية B على الكرية A قوة \vec{F}' حيث:

$$\|\vec{F}'\| = \|\vec{F}\|$$

$$|q_A| E_2 = \|\vec{F}'\|$$

$$E_2 = \frac{\|\vec{F}'\|}{|q_A|}$$

$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{10^{-8}}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^3 \text{ V.m}^{-1}$$

إذن:

3.2 - شحنة كل كرية بعد التماس:

لتكن q'_A شحنة الكرية A و q'_B شحنة الكرية B حيث:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B$$

$$q'_A + q'_B = 9 \cdot 10^{-10} - 10^{-8}$$

$$q'_A + q'_B = -9,1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

وبما أن شحنتي الكرتين متساويتان بعد التماس فإن:

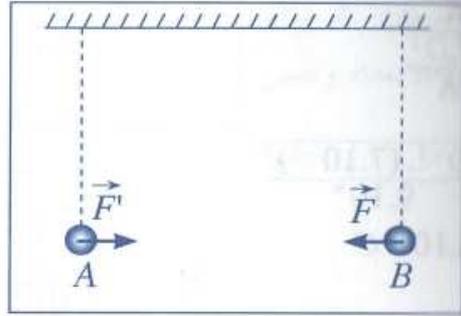
$$q'_A = q'_B$$

$$2q'_A = -9,1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q'_B = -4,55 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

يحمل قضيب الزجاج شحنة موجبة نتيجة حكة بواسطة الفماش، وبالتالي تحمل الكرية B نفس الشحنة الموجبة أثناء لمسها قضيب الزجاج. بما أن للكرتين A و B شحنتين مختلفتين، فإنه يحدث بينهما تذاب.

1.1 - مميزات القوة \vec{F} :



$$\vec{F} = q_B \vec{E}$$

خط التأثير: المستقيم الأفقي المار من B.

المنحني: من B نحو A وفق خط التأثير

$$F = |q_B| \|\vec{E}\|$$

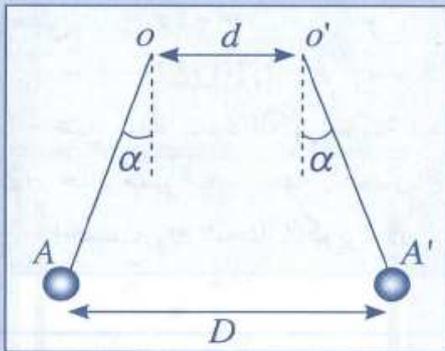
$$= 9 \cdot 10^{-10} \cdot 10^5$$

$$F = 9 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

لدينا:

الشدة:

التمرين II



أوسان كهروساكنان متماثلان OA و O'A'، طول كل واحد منهما $l = 10 \text{ cm}$ وكتلته $m = 10 \text{ g}$ ، يحملان نفس الشحنة q ، عند تقريب نقطة تعليقهما بمسافة $d = 5 \text{ cm}$ ، تأخذ المسافة AA' القيمة $D = 7 \text{ cm}$ نتيجة تباعد كويرتي النواسين (انظر الشكل).

1- عين قيمة الزاوية α التي ينحرف بها كل نواس.

2- حدد مميزات القوة الكهروساكنة المطبقة على كل كرية.

3- احسب قيمة الشحنة الكهربائية q . (نعتبر $q > 0$).

الحل

$$D = x + d + x$$

$$D = 2x + d$$

$$x = \frac{D - d}{2}$$

$$x = \frac{7 - 5}{2} = 1 \text{ cm}$$

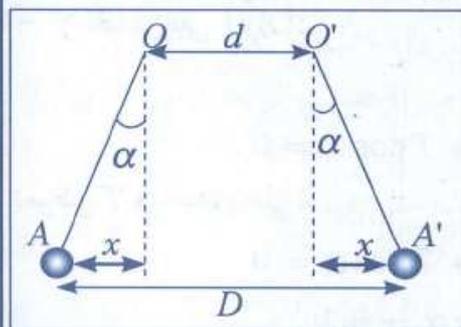
$$\sin \alpha = \frac{x}{l}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{10} = 0,1$$

ولدينا:

ت ع:

1- تعيين قيمة الزاوية α :



بما أن للكرتين

نفس الشحنة

ونفس الكتلة

فإنهما يتبعدان

عن موضعهما

بنفس المسافة

حيث:

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

3- حساب q :

شدة القوتين الكهروساكنتين الناتجتين عن التأثير بين

A و A' :

بما أن:

فإن:

ومنه:

ت ع:

$$q = q'$$

$$F = F' = k \cdot \frac{q \cdot q'}{D^2} = k \frac{q^2}{D^2}$$

$$q^2 = \frac{F \cdot D^2}{K}$$

$$q = \sqrt{\frac{F \cdot D^2}{K}}$$

$$q = \sqrt{\frac{10^{-2} \cdot (7 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9}}$$

$$q = 7,4 \cdot 10^{-8} C$$

$\alpha = 5,74^\circ$

إذن:

2- مميزات القوى الكهروساكنة \vec{F} :

توجد الكرية A في توازن تحت تأثير القوى التالية: \vec{P}

\vec{F} و \vec{T} ,

عند التوازن:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$

الخط المضلعي مغلق حيث:

$$\tan \alpha = \frac{F}{P}$$

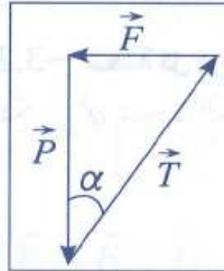
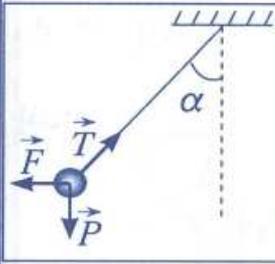
$$F = P \cdot \tan \alpha$$

$$= mg \tan \alpha$$

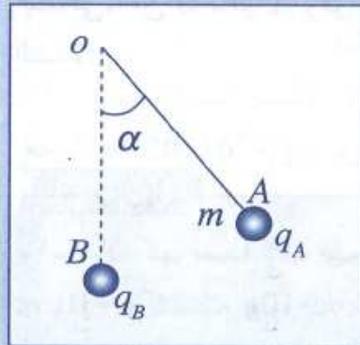
ت ع:

$$F = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \tan 5,7$$

$$F \approx 10^{-2} N$$



التمرين 12



نعتبر نواسا كهروساكنا OA طوله l وكتلة كويرته m ، تحمل شحنة كهربائية q_A . يوجد النواس بدنيا في موضع رأسي.

نقرب من الكوية A كوية B تحمل شحنة q_B ، فينحرف النواس بزواوية $\alpha = 60^\circ$ عندما تأخذ B موضع A البدئي.

نعطي: $m = 1g$ و $q_A = 2\mu C$

$l = 40cm$ و $K = 9 \cdot 10^9 (SI)$

1- عين شدة القوة الكهروساكنة المطبقة على الكرية A .

2- حدد مميزات متجهة المجال الكهروساكن \vec{E} في النقطة التي توجد فيها الكرية A .

3- احسب شحنة الكوية B .

الحل

1- تعيين شدة القوة:

توجد الكرية في حالة توازن تحت تأثير القوى التالية:

\vec{P} : وزن الكرية

\vec{T} : تأثير الخيط

\vec{F} : تأثير الكرية B .

بما أن الكرية A

في توازن فإن:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

نسقط العلاقة في المعلم (\vec{Ax}, \vec{Ay})

$$F_x + P_x + T_x = 0$$

- الإسقاط على (\vec{Ax}) :

$$F \cos \beta + 0 - T \sin \alpha$$

$$F \sin \alpha = T \sin \alpha$$

$$F = T$$

- الإسقاط على (\vec{Ay}) :

$$F_y + P_y + T_y = 0$$

$$F \cos \alpha - mg + T \cos \alpha = 0$$

نعوض T ونحصل على:

$$F \cos \alpha - mg + T \cos \alpha = 0$$

$$F \cos \alpha + T \cos \alpha = mg$$

سلسلة تمارين في المجال الكهروساكن

3- تعيين الشحنة q_B :

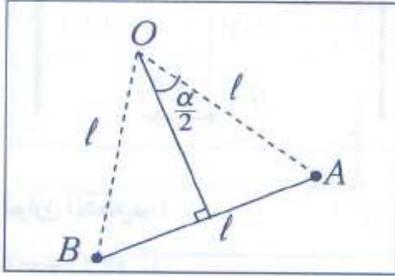
المجال الكهروساكن \vec{E} المحدث من طرف q_B في النقطة A نابذ من B ، إذن: $q_B > 0$.

$$E = K \frac{q_B}{B A^2} = K \frac{q_B}{d^2}$$

$$q_B = \frac{E \cdot d^2}{K} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 0,4^2}{9 \cdot 10^9}$$

المثلث OAB متساوي الأضلاع ومنه نجد:

$$q_B = 8,88 \cdot 10^{-8} C$$



$$2F \cos \alpha = mg$$

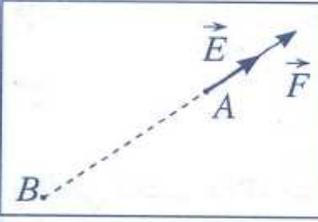
$$F = \frac{mg}{2 \cos \alpha} = \frac{10^{-3} \cdot 10}{2 \cdot 0,5}$$

$$F = 10^{-2} N$$

2- مميزات المجال \vec{E} :

$$\vec{F} = q_A \vec{E}$$

بما أن $q_A > 0$ فإن \vec{E} و \vec{F} لهما نفس الاتجاه ونفس المنحى



$$E = \frac{F}{q_A}$$

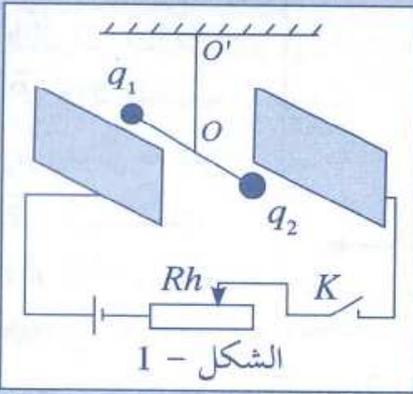
$$E = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-6}}$$

$$E = 5 \cdot 10^3 V \cdot m^{-1}$$

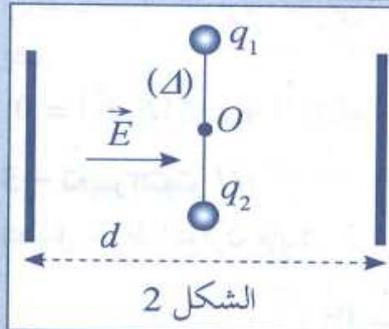
الشدة:

ت ع:

التمرين 13



الشكل 1 -



الشكل 2

نثبت على طرفي قضيب متجانس وعازل كهربائيا طوله l ، كويرتين تحملان شحنتين كهربائيتين نقطيتين متعاكستين $q_1 = |q_2| = q$ بحيث q_1 سالبة و q_2 موجبة.

بواسطة سلك ثابتة له C ، نعلق القضيب بين صفيحتين فلزيتين متوازيتين، حيث يوجد مجال كهروساكن منتظم أفقي شدته E (انظر الشكل 1-). عندما تكون الدارة مفتوحة، يكون القضيب موازيا لمستوى الصفيحتين. بعد غلق الدارة ينحرف القضيب عن موضع توازنه ويدور حول المحور (Δ) بزواوية θ ثم يستقر.

1- انقل الشكل 2- ثم مثل عليه القوى الكهروساكنة المطبقة على الكويرتين عند توازنهما.

2- اكتب شرط توازن القضيب.

3- استنتج تعبير التوتر U بدلالة l و d و q و C و θ ، علما أن شدة المجال الكهروساكن تتناسب مع التوتر بين الصفيحتين حسب العلاقة:

$$E = \frac{U}{d}$$

4- علما أن الزاوية θ صغيرة ($\cos \theta \approx 1$) بين أنه يمكن كتابة صيغة U كما يلي: $U = K\theta$ ، واستنتج تعبير الثابتة K .

5- نغير التوتر U بتغيير وضع الزاوية فتتغير الزاوية θ . يمثل المنحني (الشكل 3-) تغيرات U بدلالة θ .

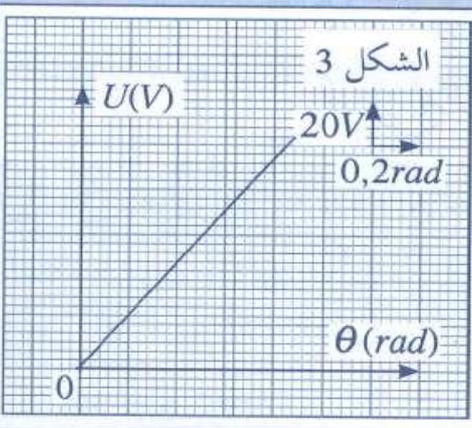
1.5- استنتج من المنحني قيمة الثابتة K .

2.5- احسب قيمة الشحنة q .

$$C = 4 \cdot 10^{-4} N \cdot m \cdot rad^{-1}$$

نعطي:

$$l = 10 cm \quad ; \quad d = 20 cm$$



الشكل 3

سلسلة تمارين في المجال الكهروستاتيكي

الحل

$$F = F_1 = F_2 = qE$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$F = q \cdot \frac{U}{d}$$

$$\cos \theta = \frac{d'}{l}$$

$$d' = l \cos \theta$$

وبالتالي تكتب علاقة التوازن:

$$0 + 0 - C\theta + \frac{qU}{d} \cdot l \cdot \cos \theta = 0$$

$$U = \frac{C \cdot \theta \cdot d}{q \cdot l \cdot \cos \theta}$$

4- تعبير k :

$$\cos \theta = 1$$

$$U = \left(\frac{C \cdot d}{q \cdot l} \right) \cdot \theta$$

فإن العلاقة (1) تكتب:

نضع $K = \frac{C \cdot d}{q \cdot l}$ وهي نسبة ثابتة.

$$U = K\theta$$

1.5- تعيين قيمة k :

$$K = \frac{U}{\theta}$$

من المبيان نجد: عندما تأخذ $\theta = 0, 2 \text{ rad}$ فإن:

$$U = 24 \text{ V}$$

$$K = \frac{24}{0,2} = 120 \text{ V/rad}$$

2.5- حساب قيمة الشحنة q :

$$K = \frac{Cd}{q \cdot l}$$

$$q = \frac{C \cdot d}{K \cdot l}$$

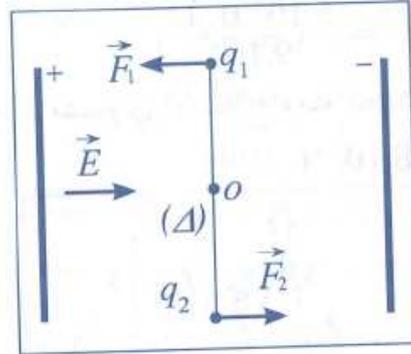
$$q = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2}{120 \cdot 0,1}$$

$$q = 6,67 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

1- تمثيل القوى الكهروستاتيكية:

$\vec{F}_1 = q_1 \vec{E}$: القوة الكهروستاتيكية المطبقة على الشحنة q_1 .

$\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}$: القوة الكهروستاتيكية المطبقة على الشحنة q_2 .



2- شرط توازن القضيب:

يخضع القضيب وهو

في حالة توازن إلى

التأثيرات التالية:

\vec{P} : وزن القضيب

μ_c : مزدوجة اللي

\vec{R} : تأثير السلك

(\vec{F}_1, \vec{F}_2) : مزدوجة

القوتين

ويكتب شرط التوازن كالتالي: $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{f}) = 0$

إذن:

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(C) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 0$$

3- تعبير التوتر U :

تطبيق شرط التوازن فإن:

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\mathcal{M}_\Delta(C) = -C\theta$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = F \cdot d'$$