Groupe scolaire nisse	مراقبة مستمرة (3) مادة الرياضيات مدة الإنجاز: ساعتان	السنة الثانية من سلك البكالوريا شعبة العلوم الاقتصادية (يناير 2010)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

التمرين الأول: (6 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \quad (n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

1- أ- برهن أن: $1 \leq u_n < 3 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$ — 1 ن

ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية واستنتج أنها متقاربة. — 1,5 ن

2- نضع لكل m من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 3$

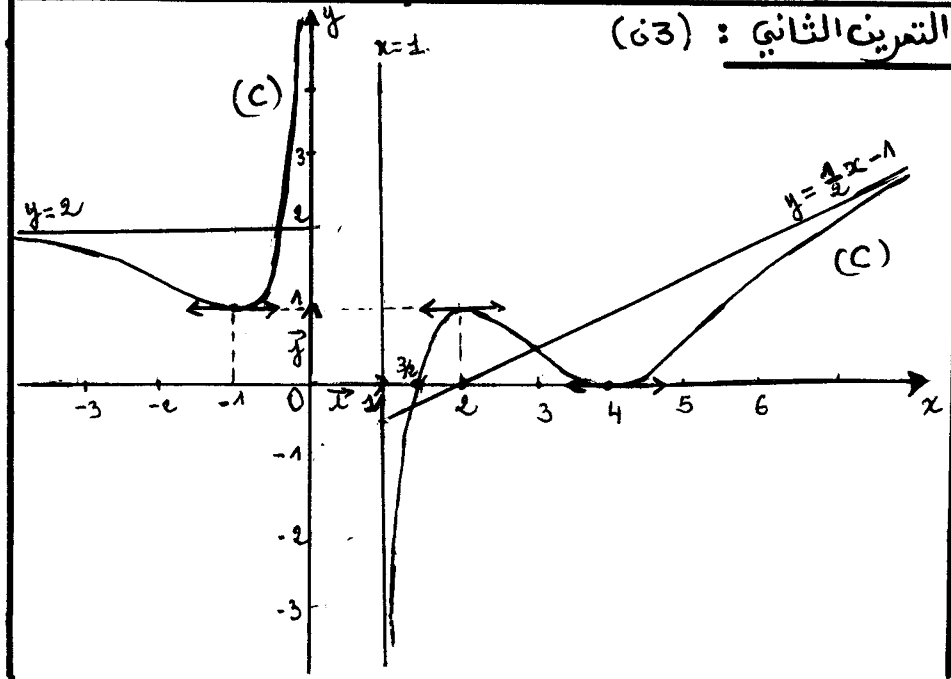
أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$. — 1 ن

ب- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن: $u_n = 3 - 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$ — 1,5 ن

احسب نهاية المتتالية (u_n) (علل جوابك). — 0,5 ن

ج- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي m بحيث: $3 - u_m < 2\times 10^{-6}$ — 0,5 ن

التمرين الثاني: (3 ن)



المنحنى (C) هو تمثيل مبياني (في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$) لدالة عددية f لمتغير حقيقي x.

1)- أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f. — 0,5 ن

ب- احسب النهايات التالية: — 1,5 ن

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$

2)- أ- حل المعادلة: $f(x) = 0$ ثم المتراجحة: $f(x) < 0$ $(x\in D)$ — 0,5 ن

ب- حل المتراجحة: $f'(x) \leq 0$ $(x\in D)$. — 0,5 ن

التمرين الثالث: (11 ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي: $g(x) = 2x - \ln x - 1$

1- أ- تحقق أن $g'(x) = \frac{2x-1}{x}$ $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ — 0,5 ن

ب- ضع جدول تغيرات g و تحقق أن: $g\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2$ — 1,5 ن

ج- استنتج أن: $g(x) > 0$ $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ — 1 ن

II- لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}_+$ ب: $\begin{cases} f(0)=0 \\ f(x) = x^2 - x\ln(x);\ (x>0) \end{cases}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ- بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0. (علل جوابك) — 0,5 ن

ب- بين أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0. أول مبيانيا هذه النتيجة. — 1 ن

2- أ- تحقق أن: $f(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. — 1 ن

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. — 1 ن

3- أ- بين أن: $f'(x) = g(x)$ $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ — 1 ن

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f (علل جوابك). — 1 ن

4- أ- احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_+^*$ و استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I يتم تحديد إحداثيتيها. — 1 ن

ب- اكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الأفصول 1. — 0,5 ن

5- ارسم المنحنى (C). — 1 ن