

التمرين الأول: (٨.٥ نقط)

- ١- هل العبارة:  $p: (\forall x \in \mathbb{R}): |x| > 0$  صحيحة أم خاطئة؟ على جوابك.
- ٢- عدد قيمة حقيقة العبارة:  $q: (\forall x \in \mathbb{R}): x^2 \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow x \in \mathbb{Q}$  معللاً جوابك
- ٣- أعط نفي العبارة:  $\forall (a,b) \in (\mathbb{R}^*)^2: ab > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 0$
- ٤- بین أن:  $(\forall x \geq 1): x \neq 5\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \neq 7$
- ٥- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $E\left(\frac{1}{x}\right) = 2$
- ٦- بین أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  لدينا:  $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
- ٧- أثبت أن:  $\forall n \in \mathbb{N}^*: \sqrt{n^2 + 2n + 4} \notin \mathbb{N}$
- ٨- باستعمال البرهان بفصل الحالات بین أن:  $(\forall x \in \mathbb{N}): E\left(\frac{x}{2}\right) + E\left(\frac{x+2}{2}\right) = E(x)$
- ٩- حل في  $\mathbb{R}^3$  المعادلة:  $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{x+y+z}{2}$

التمرين الثاني: (٣ نقط)

١- بین أن:  $\forall x \in \mathbb{R}^+; \forall y \in \mathbb{R}^+: x + y \geq 2\sqrt{xy}$

٢- بین أن:  $(\forall x > 0): x + \frac{1}{x} \geq 2$

٣- استنتاج أن:  $(\forall a > 0)(\forall b > 0): \frac{a^2+1}{b} + \frac{b^2+1}{a} \geq 4$

التمرين الثالث: (٨.٥ نقط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x}$$

١- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  و ادرس زوجية الدالة  $f$ .

٢- بین أن لكل عددين حقيقيين موجبين قطعاً و مختلفين  $a$  و  $b$  لدينا:

$$\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{ab - 2}{2ab}$$

ب- ادرس رتابة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[0, \sqrt{2}]$  و  $[\sqrt{2}, +\infty)$

ج- استنتاج رتابة  $f$  على كل من المجالين  $[-\sqrt{2}, 0]$  و  $[-\infty, -\sqrt{2}]$

٣- لتكن  $g$  و  $h$  الدالتين المعرفتين على  $[0; +\infty[$  بما يلي:

$$h(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x}} \quad g(x) = \sqrt{x}$$

أ- تحقق من أن:  $(\forall x \in [0; +\infty[): h(x) = fog(x)$

ب- حدد تغيرات الدالة  $h$  على كل من المجالين  $[0; 2]$  و  $[2; +\infty[$