ثانوية أنيس الخاصة	فرض محروس3	أولى علوم رياضية
	2013/01/17	الدورة 1

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

التمرين 1 (6 نقط) أسئلة مستقلة

1) بين أن : $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{9}}-\dfrac{1}{\cos\frac{\pi}{9}}=4$. — 1.5

2) بين أن : $\cos^3(x)=\frac{1}{4}\cos(3x)+\frac{3}{4}\cos x$ — 1.5

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\cos x-\sqrt{3}\sin x=-1$ — 1.5

4) حدد $\cos\theta$ و $\sin\theta$ بحيث : $5\cos\theta+3\sin\theta=5$ مع $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ — 1.5

التمرين 2 (3 نقط)

ليكن ABC مثلث . و I منتصف القطعة $[BC]$.

ولتكن E و F نقطتين بحيث : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

نعتبر النقطة G مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;3)$ و $(C;3)$.

2 — 1) بين أن المستقيمات (AI) و (BF) و (EC) متلاقية في نقطة وحيدة و حددها.

1 — 2) أنشئ الشكل.

التمرين 3 (6 نقط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط : $A\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ و $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ و $C\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2};1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و $D(-1;-1)$

1) أحسب المسافتين AB و AC و الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. — 1.5

2) بين أن $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}$ و أن $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. — 1.5

3) استنتج طبيعة المثلث ABC . — 0.5

4)نعتبر المستقيم الدي معادلته: $(D_m):\ 2mx+(m-1)y+1=0$

أ- حدد قيمة m لكي يكون $(D_m)\perp(AB)$. — 0.5

ب- حدد معادلة المستقيم المار من النقطة D و العمودي على (D_2) . — 1

ج- حدد احداتيثي H' المسقط العمودي للنقطة $H(1;0)$ على (D_1) . — 1

	التمرين 4 (5 نقط)
	نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \dfrac{2+u_n^2}{2+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$
1	1) بين أن : $u_n > 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:
1	2) أدرس رتابة (u_n) واستنتج أن $u_n \leq 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:
1	3) أثبت أن: $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \dfrac{2}{3}(u_n - 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:
1	4) استنتج أن: $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:
0.5	5) نضع : $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: بين أن : $S_n \leq n + 3\left(1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$:
0.5	6) نضع : $T_n = \sum_{k=0}^{n} 2^k u_k$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: بين أن : $T_n \geq 2^{n+1} - 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$: