www.9alami.info أولى علوم رياضية	فرض محروس 3	Inisse Groupe scolaire
الدورة 1	2014/01/09	ثانوية أنيس الخاصة

التمرين 1 (7 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq1}$ المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{7}{3} \\ U_{n+1} = \dfrac{7U_n+3}{3U_n+7} \end{cases}$$

1 — 1-بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}^* : \quad U_n \geq 1$

1.5 — 2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$. استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}^* : \quad U_n \leq \dfrac{7}{3}$

3- نضع: $\forall n\in\mathbb{N}^* : \quad V_n = \dfrac{U_n-1}{U_n+1}$

1.5 — أ- بين أن $(V_n)_{n\geq1}$ متتالية هندسية و حدد عناصرها.

1.5 — ب- استنتج أن: $\forall n\in\mathbb{N}^* : \quad U_n = \dfrac{1+\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

1.5 — ج- أحسب المجموع: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{U_k+1}$

التمرين 2 (5 نقط)

المستوى (P) منسوب الى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر الدائرة (C) التي معادلتها: $(C): \quad x^2+y^2-x\sqrt{3}-y=0$

ولتكن النقطتين: $A(\sqrt{3},1)$ و $B(\sqrt{3},0)$

1 — 1- حدد مركز و شعاع الدائرة (C)

1 — 2- حدد نقطتي تقاطع الدائرة (C) مع محور الأفاصيل .

1.5 — 3- أحسب $Cos(\overline{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AB}})$ و $Sin(\overline{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AB}})$.

1 — 4- أعط معادلة المستقيم (D) المماس للدائرة (C) عند النقطة A .

0.5 — 5- بين أن: $(D)\perp(OA)$

التمرين 3 (4 نقط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين بما يلي :

$$u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2} \quad \text{و} \quad v_{n+1}=\frac{u_{n+1}+v_n}{2} \quad \text{و} \quad u_0=2 \quad \text{و} \quad v_0=-1$$

نضع : $w_n=u_n-v_n$ و $t_n=u_n+2v_n$.

1-بين أن : (w_n) متتالية هندسية ثم حدد w_n بدلالة n 1

2-بين بالترجع أن : $t_n=0$ لكل n من $\mathbb{N}$. 1

3- استنتج u_n بدلالة n . 1

4 - أحسب المجموع : $S_n=\sum_{k=0}^{n}u_k$ 1

التمرين 4 (4 نقط) أسئلة مستقلة

1- لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية حسابية بحيث $u_n>0$ و نضع : $X_n=\frac{1}{\sqrt{u_1}+\sqrt{u_2}}+.........+\frac{1}{\sqrt{u_{n-1}}+\sqrt{u_n}}$

أثبت أن : $\forall n\geq 2: \quad X_n=\frac{(n-1)}{\sqrt{u_1}+\sqrt{u_n}}$ 1

2- لتكن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية بحيث $v_n>0$ وأساسها $q\neq 1$ ونضع :

$$Y_n=\frac{\sqrt{u_2}}{\sqrt{u_2}-\sqrt{u_1}}+\frac{\sqrt{u_3}}{\sqrt{u_3}-\sqrt{u_2}}+.........+\frac{\sqrt{u_n}}{\sqrt{u_n}-\sqrt{u_{n-1}}}$$

برهن أن: $\forall n\geq 2: \quad Y_n=(n-1)\left(\frac{1}{1-\sqrt{\frac{1}{q}}}\right)$ 1

3- لتكن (a_n) متتالية عددية معرفة بما يلي : $a_n=\sum_{k=1}^{2n+1}\frac{1}{n^2+k}$

بين أن : $\frac{2n+1}{(n+1)^2}\leq a_n\leq\frac{2n+1}{n^2+1}$ 2

بالتوفيق