

Série chute libre & parabolique

Exercice 1

Antonin PANENKA, footballeur international tchécoslovaque est connu pour avoir laissé son nom à une technique particulière pour tirer les penaltys ou « tirs au but ». Au lieu de frapper en force, il frappe doucement le ballon qui prend alors une trajectoire en « cloche ». Son geste est devenu célèbre au soir de la finale de la Coupe d'Europe des Nations de 1976, où la Tchécoslovaquie battait la République Fédérale d'Allemagne tenante du titre. Antonin PANENKA marquant le dernier pénalty par cette technique de balle « en cloche » venait d'inventer la « *Panenka* ».

Lors d'un match de football, un joueur doit tirer un pénalty et décide de tenter une « *Panenka* ». Le joueur dépose le ballon au point de pénalty O, pris comme origine du repère.

Le joueur tape le ballon en direction du centre du but et lui communique une vitesse initiale \vec{V}_0 de valeur $11,5 \text{ m.s}^{-1}$ et dont la direction fait un angle $\alpha = 55^\circ$ avec l'horizontale.

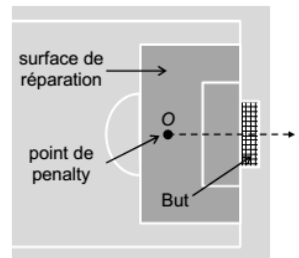
Données :

intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$;

masse du ballon : $m = 620 \text{ g}$;

termes utilisés dans la pratique du football :

Les buts



Les buts sont constitués de deux montants verticaux (poteaux) reliés en leur sommet par une barre transversale. Le bord inférieur de la barre transversale se situe à une hauteur de 2,44 m par rapport au sol.

Le pénalty

Le pénalty est une action consistant à frapper directement au but depuis un point nommé « point de pénalty » ou « point de réparation ». Un pénalty est réussi si le ballon franchit la ligne de buts en passant entre les montants et sous la barre transversale.

La surface de réparation

À l'intérieur de chaque surface de réparation, le point de pénalty est marqué à 11,0 m du milieu de la ligne de but et à égale distance des montants verticaux du but.

1. Schématisation du problème

1.1. Tracer un repère orthonormé (Ox, Oz) et représenter, dans ce repère, la situation du pénalty, sans souci d'échelle.

Les grandeurs suivantes devront apparaître : le vecteur vitesse initiale \vec{V}_0 , l'angle α ; la hauteur h des buts et la distance d du point de pénalty à la ligne de but.

1.2. On note A le point où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but. Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées $(x_A ; z_A)$ de ce point pour que le pénalty soit réussi ?

2. Étude dynamique du mouvement du ballon

Dans cette partie, on étudie le mouvement du centre d'inertie G du ballon en négligeant les forces de frottement de l'air sur le ballon ainsi que la poussée d'Archimède.

2.1. Établir l'expression du vecteur accélération \vec{a}_G du centre d'inertie du ballon.

2.2. Établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement du centre d'inertie G et montrer que l'équation de la trajectoire du ballon, dans le plan (xOz) , peut s'écrire :

$$z(x) = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} + \tan \alpha \cdot x$$

2.3. En exploitant les données et les documents, déterminer si le pénalty décrit en début d'exercice est réussi. Expliciter votre raisonnement.

3. Étude énergétique du mouvement du ballon

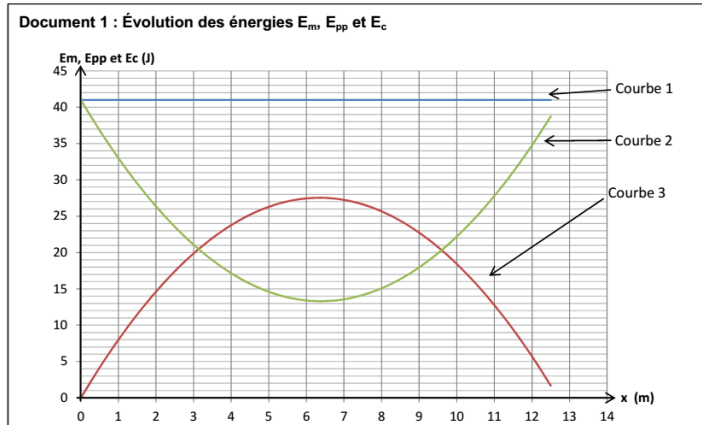
On admet que le ballon passe au niveau de la ligne de but à une hauteur $z_A = h_A$.

3.1. Rappeler les expressions de l'énergie cinétique E_c , de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} et de l'énergie mécanique E_m . On choisira un axe vertical ascendant et une énergie potentielle de pesanteur nulle à l'origine.

En explicitant votre raisonnement, associer à chaque courbe du document 1 la forme d'énergie correspondante.

3.2. À l'aide du document 1, déterminer les valeurs de la hauteur h_A et de la vitesse v_A lorsque le ballon franchit la ligne de but.

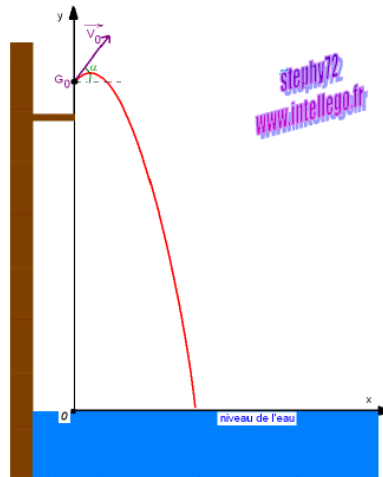
3.3. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du ballon lors de son mouvement ? Utiliser cette caractéristique du mouvement pour retrouver la valeur v_A de la vitesse du ballon lorsqu'il franchit la ligne de but et comparer le résultat trouvé avec celui de la question 3.2. Conclure.



Exercice2

PARTIE 1

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie de Nathan au cours du saut modélisé type "saut de l'ange". On néglige le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie, ainsi que les frottements avec l'air. Le repère xOy est défini à partir du schéma ci-dessous :



Après s'être lancé, Nathan quitte le tremplin à l'instant $t = 0$ avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 inclinée d'un angle $\alpha = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale. Son centre d'inertie est alors au point G_0 de coordonnées $x_0 = 0$ et $y_0 = OG_0 = h = 6,0 \text{ m}$. On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Appliquer la 2^{ème} loi de Newton au plongeur et exprimer les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} , du vecteur vitesse \vec{v} et du vecteur position \vec{OG} à chaque instant de date t .
2. Etablir l'équation littérale de la trajectoire $y(x)$ du centre d'inertie du plongeur en fonction des données.

3. Le sommet de la trajectoire étant atteint au point S d'abscisse $x_s = 1,0 \text{ m}$, en déduire la valeur v_0 de la vitesse initiale du centre d'inertie du plongeur.

PARTIE 2

A $t = 0 \text{ s}$, Nathan au fond de la piscine, souffle, produisant une petite bulle d'air sphérique qui remonte verticalement vers la surface.

On étudie le mouvement d'une bulle, de vitesse initiale nulle, de rayon r et de masse volumique $\mu_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

On suppose qu'elle conserve le même volume V durant toute la remontée. On rappelle que $V = 4/3 \cdot \pi r^3$.

Elle est soumise, entre autres, à une force de frottement fluide de la forme $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ $f = -k \cdot v$, avec $k = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r$.

La viscosité de l'eau est $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. La masse volumique de l'eau est $\mu_{\text{eau}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

1. Dresser l'inventaire des forces qui s'exercent sur la bulle lors de sa remontée.
2. Représenter les forces sur un schéma.
3. donner l'expression des valeurs des forces en fonction des données.
4. En appliquant la 2^{ème} loi de Newton à la bulle, établir l'équation différentielle traduisant l'évolution de la vitesse de la bulle. On choisira un axe vertical (Oz) dirigé vers le haut.
5. Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = g \left(\frac{\mu_{\text{eau}}}{\mu_{\text{air}}} - 1 \right) - \frac{9 \cdot \eta}{2 \cdot \mu_{\text{air}} \cdot r^2} \cdot v$$

stephy72
www.intellego.fr

6. Donner l'expression de la vitesse limite v_{lim} atteinte par la bulle.
7. Sachant que la vitesse limite $v_{\text{lim}} = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ montrer que la valeur du rayon de la bulle d'air est $r = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.
8. On résout maintenant l'équation différentielle par la méthode d'Euler.
 - a. Donner l'expression numérique de l'équation différentielle.
 - b. Exprimer la vitesse v_n en fonction de v_{n-1} , a_{n-1} et du pas Δt choisi égal à $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.
 - c. Trouver, par la méthode d'Euler la vitesse aux instants de dates $t_1 = t_0 + 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ et $t_2 = t_1 + 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

Exercice 3

Dans les moteurs à combustion, on minimise les frottements entre les pièces mécaniques en utilisant des huiles afin d'obtenir un frottement visqueux. Plus une huile est épaisse, plus sa viscosité est élevée.

On souhaite déterminer expérimentalement la viscosité d'une huile moteur. Pour cela on filme la chute verticale d'une balle dans cette huile moteur avec une caméra numérique.

L'exploitation du film avec un ordinateur permet de déterminer les valeurs de vitesse de la balle en fonction du temps.

On obtient le graphe donné dans l'annexe 1 qui est **À RENDRE AVEC LA COPIE**.

1. Validité de la modélisation de la force de frottement

Pour étudier le mouvement de la balle, on se place dans le référentiel du laboratoire. On prendra l'axe vertical Oz dirigé vers le bas.

Les caractéristiques de la balle sont : masse $m = 35,0 \text{ g}$; rayon $R = 2,00 \text{ cm}$; volume $V = 33,5 \text{ cm}^3$.

La masse volumique de l'huile est $\rho_{\text{huile}} = 0,910 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

On suppose que la force de frottement s'exprime sous la forme $\vec{f} = -k \times \vec{v}_G$ où \vec{v}_G est la vitesse du centre d'inertie de la balle. On appellera v_G la composante de la vitesse suivant l'axe Oz.

1.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la balle en chute verticale dans l'huile, puis les représenter sur un schéma.

1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement de la balle dans le référentiel du laboratoire.

1.3. Montrer que $\frac{dv_G}{dt}$ peut se mettre sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} = A - B \times v_G$

avec $A = g \times (1 - \frac{\rho_{\text{huile}} \times V}{m})$ et $B = \frac{k}{m}$.

1.4. Vérifier que la constante $A = 1,27$ S.I. en précisant son unité. On donne la valeur du champ de pesanteur $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

1.5. Le mouvement de chute de la balle présente deux régimes visibles sur la représentation graphique

$v_G = f(t)$ donnée en **annexe 1**.

1.5.1. Séparer, sur le graphe en **annexe 1**, par un axe vertical les domaines des deux régimes. On précisera le domaine du régime permanent et le domaine du régime transitoire du mouvement de la balle.

1.5.2. Relever la valeur de la vitesse limite v_{lim} sur la représentation graphique $v_G = f(t)$.

1.5.3. Que vaut l'accélération de la balle quand celle-ci atteint la vitesse limite ?

1.6. Connaissant la constante A donnée en 1.4. et la constante $B = 7,5 \text{ s}^{-1}$, la méthode d'Euler permet d'estimer par le calcul la valeur de la vitesse de la balle en fonction du temps en utilisant les deux relations :

$$\frac{dv_G(t_i)}{dt} = A - B \times v_G(t_i) \quad v_G(t_{i+1}) = v_G(t_i) + \frac{dv_G(t_i)}{dt} \times \Delta t \quad \text{où } \Delta t \text{ est le pas d'itération.}$$

Nous obtenons le tableau de valeurs suivant :

t (s)	0	0,080	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56
$\frac{dv_G}{dt}$ (m.s ⁻²)	?	0,51	0,20	?	0,03	0,02	0,00	0,00
v_G (m.s ⁻¹)	0	0,102	0,143	?	0,165	0,167	0,169	0,169

1.6.1. Quel est le pas d'itération de la méthode d'Euler proposée ?

1.6.2. Que vaut l'accélération à l'instant $t = 0$ s ?

En utilisant la méthode d'Euler :

1.6.3. Calculer la valeur de la vitesse à l'instant $t = 0,24$ s.

1.6.4. En déduire la valeur de l'accélération à l'instant $t = 0,24$ s.

1.7. Placer sur la représentation $v_G = f(t)$ de l'**annexe 1** les valeurs des vitesses obtenues par la méthode d'Euler et tracer la courbe passant par ces points.

1.8. Sur quel paramètre peut-on agir pour améliorer la résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler ?

En comparant la courbe obtenue par la méthode d'Euler et les points expérimentaux, la modélisation de la force de frottement de l'huile sur la balle $\vec{f} = -k \times \vec{v}_G$ est-elle valide ? Justifier votre réponse.

2. Détermination de la viscosité de l'huile moteur

Pour des vitesses faibles, la formule de Stokes permet de modéliser la force de frottement fluide \vec{f} agissant sur un corps sphérique en fonction de la viscosité η de l'huile, du rayon de la balle R et de la vitesse de déplacement \vec{v}_G de la balle telle que :

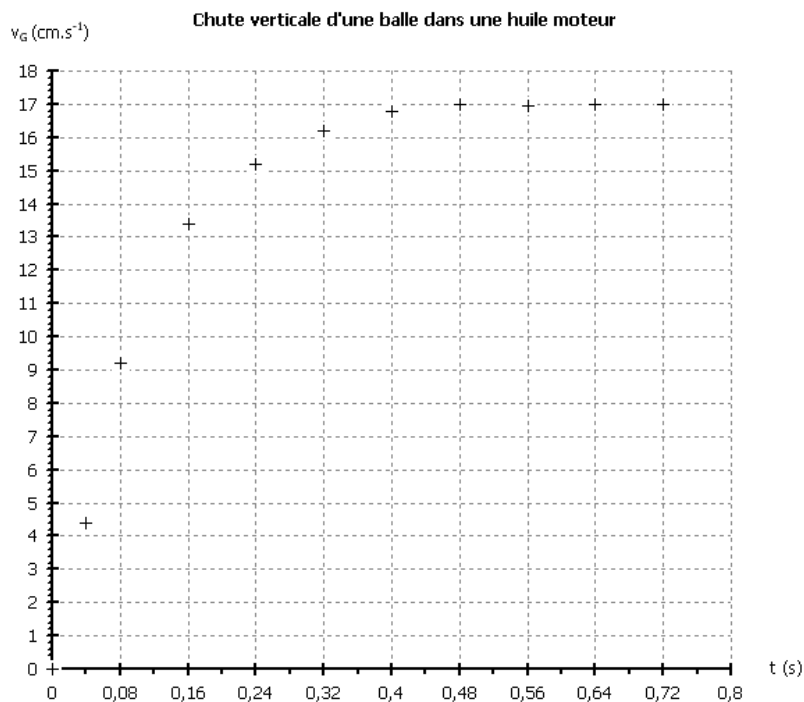
$$\vec{f} = -6 \pi \eta R \vec{v}_G \quad \text{avec } \eta \text{ en Pa.s, } R \text{ en m et } v_G \text{ en m.s}^{-1} .$$

2.1. En vous aidant de l'expression de B donnée à la question 1.3 et de l'hypothèse $\vec{f} = -k \times \vec{v}_G$, exprimer la viscosité η en fonction de B , m et R .

2.2. Calculer la viscosité η de l'huile étudiée.

2.3. À l'aide des valeurs de viscosité données ci-dessous, identifier l'huile de moteur étudiée.

Huile moteur à 20°C			
	SAE 10	SAE 30	SAE 50
η (Pa.s)	0,088	0,290	0,700



Exercice 4

Les parties 1 et 2 de cet exercice sont indépendantes.

Du 13 au 27 juillet 2003 ont eu lieu les dixièmes championnats du monde de natation à Barcelone et parmi les disciplines représentées figurait celle du plongeur. Dans cet exercice on se propose d'étudier, dans un premier temps, le mouvement du centre d'inertie G d'un plongeur, de masse $m = 70,0 \text{ kg}$, lors de son saut et dans une deuxième partie, son évolution dans l'eau.

Dans tout l'exercice le mouvement du centre d'inertie du plongeur est étudié dans le repère d'axes (Ox, Oy) représenté sur la figure 1. Le point O est au niveau de la surface de l'eau et l'altitude du centre d'inertie G du plongeur est notée y .

On prendra pour la valeur du champ de pesanteur $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$ et on considèrera que le référentiel terrestre est galiléen.

1. Saut du plongeur

Dans toute cette première partie on néglige l'action de l'air sur le plongeur au cours de son mouvement et on admet que lors du saut, les mouvements de rotation du plongeur ne perturbent pas le mouvement de son centre d'inertie G .

On note y_0 l'ordonnée du centre d'inertie du plongeur juste avant le saut et \vec{v}_0 sa vitesse initiale.

On donne $v_0 = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$ et $y_0 = 4,0 \text{ m}$.

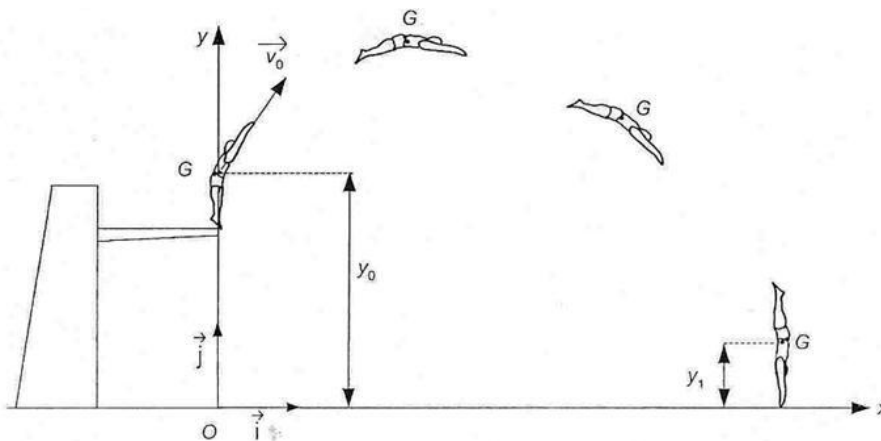


Figure 1

1.1. On considère le système {plongeur} dans le champ de pesanteur terrestre. On a représenté en figure 2, page suivante, l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur du système au cours du temps lors d'une partie de la phase de

mouvement étudiée. On précise que la référence de l'énergie potentielle E_{pp} est prise au niveau de la surface de l'eau. On rappelle que, dans ces conditions, l'énergie potentielle de pesanteur du système, à l'altitude y , a pour expression : $E_{pp} = mgy$.

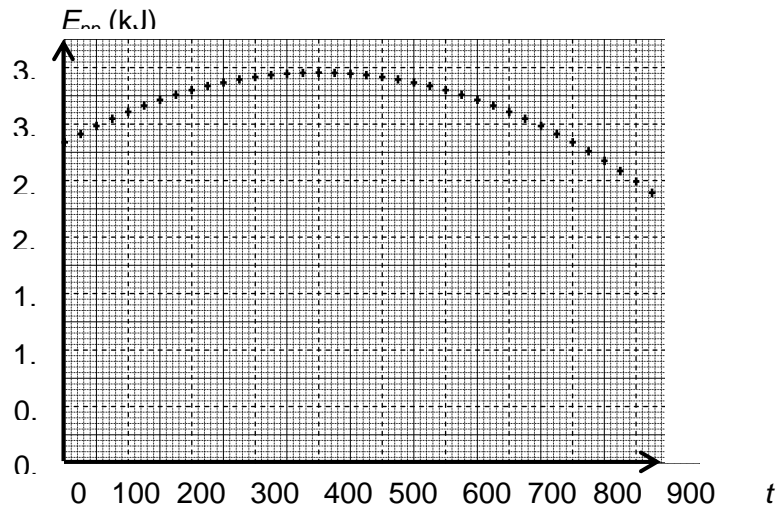


Figure 2

On note t_S la date à laquelle l'énergie potentielle de pesanteur est maximale.

En utilisant le graphique ci-dessus déterminer l'altitude y_S à laquelle se situe le centre d'inertie G du plongeur à l'instant de date t_S .

1.2. Le but de cette question est de déterminer la valeur de la vitesse du centre d'inertie du plongeur au moment où ses mains touchent l'eau.

1.2.1. Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {plongeur en interaction avec la Terre} en fonction des grandeurs m , g , y et de la valeur de la vitesse v du centre d'inertie du plongeur.

1.2.2. En justifiant la réponse, dire comment cette énergie évolue au cours du temps.

On rappelle que, dans cette partie, l'action de l'air sur le plongeur est négligée.

1.2.3. Lorsque les mains du plongeur entrent en contact avec l'eau, le centre d'inertie du plongeur se situe à une hauteur y_1 , au dessus de l'eau (voir figure 6).

À cet instant de date t_1 donner l'expression, en justifiant la réponse, de l'énergie cinétique du plongeur en fonction de v_0 , m , g , y_0 et y_1 .

Calculer sa valeur sachant que $y_1 = 1,0$ m.

1.2.4. En déduire l'expression de la valeur de la vitesse v_1 à l'instant de date t_1 . Calculer sa valeur.

2. Mouvement dans l'eau

Le mouvement du centre d'inertie G du plongeur est considéré comme vertical dans cette partie. La profondeur du bassin dans lequel évolue le plongeur est de 5,0 m.

2.1. La figure 3 page suivante, résulte d'une simulation et représente l'évolution de l'altitude y du centre d'inertie du plongeur au cours du temps. On précise que l'on a pris comme origine des dates l'instant où le centre d'inertie atteint la surface de l'eau.

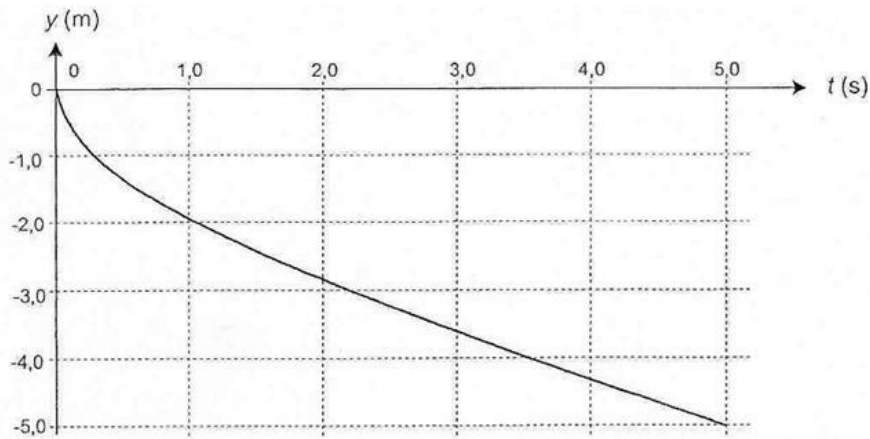


Figure 3

Pour pouvoir remonter, le plongeur doit redresser son buste. On estime que le plongeur agit activement pour amorcer sa remontée 1,0 s après que son centre d'inertie a atteint la surface de l'eau. De plus, on considère que le centre d'inertie du plongeur se situe toujours à 1,0 m de ses mains tendues.

Au moment où il amorce sa remontée, les mains du plongeur ont-elles atteint le fond du bassin ? Justifier la réponse.

2.2. On se propose de modéliser le mouvement du centre d'inertie du plongeur dans l'eau s'il n'amorçait pas de remontée. On note V le volume du plongeur et ρ la masse volumique de l'eau de la piscine. Le plongeur est soumis, entre autres, à une force de frottement fluide dont le sens est opposé celui du vecteur vitesse \vec{v} et dont la valeur peut être modélisée par $f = k.v^2$ (où l'on considère k comme une constante).

2.2.1. Nommer les forces qui s'exercent sur le plongeur lors de ce mouvement. Les représenter, sans souci d'échelle, en son centre d'inertie G .

2.2.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du plongeur est donnée par :

$$\frac{dv_y}{dt} - \frac{k}{m} v_y^2 + g \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right) = 0$$

où v_y est la composante du vecteur vitesse du centre d'inertie sur l'axe vertical orienté vers le haut. On précise que, dans le cas étudié, $v = |v_y|$.

2.2.3. En déduire, en la justifiant, l'expression en régime permanent de la valeur v_p du vecteur vitesse.

2.2.4. Calculer v_p . On prendra $\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; $V = 6,50 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ et $k = 150 \text{ kg.m}^{-1}$.

2.2.5. En exploitant la **figure 8**, dire si le plongeur a atteint le régime permanent avant que ses mains ne touchent le fond.

On rappelle que $v_y = \frac{dy}{dt}$.

2.3. Une méthode de résolution numérique possible, la méthode d'Euler, permet de calculer de façon approchée la valeur algébrique de la vitesse instantanée verticale v_y à différentes dates.

On note $v_y(t_n)$ la valeur algébrique de la vitesse à l'instant de date t_n ; la valeur algébrique $v_y(t_{n+1})$ à la date $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ est calculée en utilisant la **relation (1)** suivante :

$$v_y(t_{n+1}) = v_y(t_n) + a_y(t_n) \cdot \Delta t$$

où $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ est la composante de l'accélération selon l'axe (Oy) et Δt est le pas de calcul.

Compte tenu des valeurs numériques, l'équation différentielle obtenue en 2.2.2. permet d'obtenir la **relation (2)** suivante :

$$a_y(t) = 2,14 \times v_y^2(t) - 0,700$$

La valeur du pas de calcul Δt sera choisie égale à la durée $\Delta t = 1,20 \times 10^{-2}$ s.

En utilisant la relation (1) pour le calcul de $v_y(t_{n+1})$ et la relation (2) pour celui de $a_y(t_n)$, compléter avec des valeurs numériques le tableau 1 de l'**ANNEXE**.

ANNEXE À RENDRE AGRAFÉE AVEC LA COPIE

ANNEXE DE L'EXERCICE II

Tableau 1 :

Dates en s	v_y en m.s ⁻¹	a_y en m.s ⁻²
$t_n = 1,44 \times 10^{-1}$	$v_y(t_n) = -2,21$	$a_y(t_n) = 9,75$
$t_{n+1} = 1,56 \times 10^{-1}$	$v_y(t_{n+1}) = \dots\dots$	$a_y(t_{n+1}) = \dots\dots$
$t_{n+2} = 1,68 \times 10^{-1}$	$v_y(t_{n+2}) = -1,99$	$a_y(t_{n+2}) = 7,77$

Exercice5

Cet exercice vise dans un premier temps à analyser quelques informations extraites d'un document Internet relatif au projet de "Grand Saut" du parachutiste Michel Fournier et dans un deuxième temps à étudier un saut en parachute plus classique.

Les deux parties **A** et **B** sont indépendantes.

PARTIE A - Le grand saut

D'après l'édition Internet du vendredi 12 juillet 2002 du Quotidien Québécois Le Devoir.

Paris - Michel Fournier, 58 ans, ancien instructeur parachutiste de l'armée française, a annoncé hier son intention d'effectuer en septembre un saut en chute libre de 40 000 mètres d'altitude au-dessus du Canada.

«Ce qui m'intéresse au premier chef c'est le record et le challenge physique que représente ce .saut», a déclaré Michel Fournier à Paris.

Pour réaliser cet exploit, il sera équipé d'une combinaison pressurisée proche de celles utilisées par les astronautes mais modifiée pour résister à des températures extrêmement basses (moins 110 degrés Celsius) et équipée d'un parachute.

Il atteindra l'altitude de 40 000 mètres en trois heures environ, à bord d'une nacelle, elle aussi pressurisée, et tirée par un ballon gonflé à l'hélium.

La durée du saut est évaluée à six minutes vingt-cinq .secondes.

En l'absence de pression atmosphérique, Fournier dépassera la vitesse du son (1067 kilomètres/heure) trente secondes environ après .son départ en position verticale. Il sera ensuite progressivement freiné dans sa chute par la densification de l'air. Il pourra alors reprendre une position horizontale et ouvrir son parachute à une altitude de 1000 mètres. Pour des raisons de sécurité, le .saut aura lieu dans le nord du Canada, au-dessus de la base de Saskatoon, dans une zone où la densité de population est très réduite. Le record est actuellement détenu par l'Américain Joseph Kittinger, qui, en août 1960, avait sauté d'une nacelle à 30 840 mètres.

1 - L'intensité de la pesanteur (début du saut)

1.1 - Le système constitué par le parachutiste et son équipement subit, de la part de la Terre, une force de gravitation $\vec{\mathbf{F}}$.

Exprimer littéralement la valeur \mathbf{F} de cette force en fonction de la masse de la Terre \mathbf{M}_T , du rayon de la Terre \mathbf{R}_T , de la constante de gravitation universelle \mathbf{G} , de la masse \mathbf{m} du système et de son altitude \mathbf{h} .

1.2 - On assimile le poids à la force de gravitation. En déduire l'expression littérale de l'intensité g de la pesanteur à l'altitude h .

1.3 - Calculer l'intensité de la pesanteur à l'altitude 40 km.

2 - La chute libre (début du saut)

Au début du saut, la pression atmosphérique est très faible : l'air est raréfié et son action sur le parachutiste peut être négligée

On admettra pour cette question que l'intensité de la pesanteur est constante, de valeur égale à $g = 9,7 \text{ N.kg}^{-1}$.

On précise que la vitesse initiale est nulle,

2.1 - Qu'appelle-t-on une chute libre ?

2.2 - Établir l'expression de l'accélération du parachutiste lors de cette phase du saut.

2.3 - Établir la relation liant la vitesse v atteinte à la durée de chute t . Vérifier que la durée de chute t_1 permettant d'atteindre la "vitesse" du son (soit $v_1 = 1067 \text{ km.h}^{-1}$) est bien celle présentée dans le texte.

2.4 - Établir la relation liant la distance x parcourue à la durée de chute. Calculer la distance x , parcourue quand la "vitesse" du son est atteinte. Quelle est alors l'altitude h , du parachutiste ?

3 - Les conditions de température

3.1- A propos du son, le terme de célérité est préférable à celui de vitesse. Expliquer.

3.2 - En admettant que la célérité du son est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue, déterminer la température θ_1 de l'atmosphère correspondant à une célérité $v_1 = 1067 \text{ km.h}^{-1}$.

PARTIE B : Le saut classique

Le parachutiste et son équipement (système étudié) ont au total une masse $m = 80 \text{ kg}$.

On supposera que le parachutiste s'élance sans vitesse initiale d'un ballon immobile situé à 1000 m d'altitude.

Le saut .ce déroule en deux phases.

1 - Première phase

Lors de la première phase, le parachute n'est pas déployé.

L'action exercée par l'air peut être modélisée par une force de valeur exprimée par $F = k v^2$ avec $k = 0,28 \text{ S.I.}$ (unités du système international)

La poussée d'Archimède due à l'air sera supposée négligeable.

L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g_0 = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

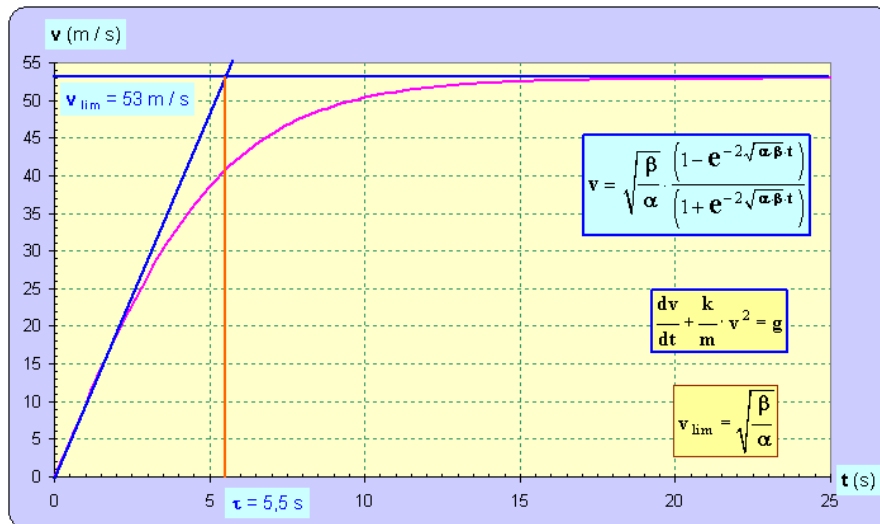
1.1 - Déterminer l'unité du coefficient k (en utilisant les unités fondamentales du système international).

1.2 - Effectuer le bilan des actions exercées sur le système et établir l'équation différentielle relative à l'évolution de la vitesse du système au cours du temps. Montrer qu'elle correspond numériquement à

$$\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035 \times v^2$$

1.3 - La courbe d'évolution de la vitesse au cours du temps est représentée en **annexe 1** à rendre avec la copie.

1.3.1 - Déterminer la vitesse limite et le temps caractéristique de ce mouvement.



1.3.2 - Comment peut-on retrouver, à partir de ce document, une valeur approchée de l'intensité de la pesanteur ?

1.4 - La courbe précédente a en fait été obtenue par résolution de l'équation différentielle précédente par la méthode numérique itérative d'Euler.

Un extrait de la feuille de calcul est représenté ci-dessous.

Date t (s)	Vitesse v (m / s)	Accélération $a = \frac{dv}{dt}$ (m / s ²)
0,00	0,00	9,80
0,10	0,98	9,80
0,20	1,96	9,79
0,30	2,94	9,77
0,40	3,92	9,75
0,50	4,89	9,72
0,60	5,86	9,68
0,70	6,83	9,64

1.4.1 - Quel est le pas Δt utilisé pour les calculs ?

1.4.2 - Expliquer la méthode d'Euler en effectuant les calculs de l'accélération à la date $t_4 = 0,40$ s et de la vitesse à la date $t_4 = 0,40$ s.

1.4 - Sur le document fourni en annexe 1 à rendre avec la copie, est également représentée l'évolution de la position x au cours du temps.

Déterminer à quelle date le parachutiste atteindrait le sol s'il n'ouvrait pas son parachute.

2 - Deuxième phase

Le parachutiste déclenche l'ouverture de son parachute à l'instant 12 s.

La vitesse diminue se stabilise en 4 s à la valeur limite de $4,5 \text{ m.s}^{-1}$.

2.1 - L'ouverture du parachute modifie la force de frottement exercée par l'air qui devient $F' = k' v^2$.

En s'aidant de l'expression littérale de la vitesse limite, déterminer la valeur de k' .

2.2 - Représenter, sur l'annexe 2 à rendre avec la copie, l'évolution de la vitesse au cours du temps (évolution correspondant à l'ensemble du saut).

L'évolution correspondant à la chute étudiée au cours de la première phase, lorsque le parachute n'est pas déployé, est rappelée en trait fin.